

Corrigé du Devoir d'une heure – Arithmétique

Seconde

Exercice 1 – Critères de divisibilité (6 points)

Pour chacun des nombres suivants, on utilise les critères de divisibilité.

- 1 260 : Divisible par 2 (pair), par 3 (somme $1 + 2 + 6 + 0 = 9$), par 4 (60 est divisible par 4), par 5 (termine par 0) et par 9 (somme 9). Donc $\{2, 3, 4, 5, 9\}$.
- 4 572 : Divisible par 2 (pair), par 3 (somme $4 + 5 + 7 + 2 = 18$), par 4 (72 divisible par 4), par 9 (somme 18), mais pas par 5 (ne termine ni par 0 ni par 5). Donc $\{2, 3, 4, 9\}$.
- 8 175 : Divisible par 3 (somme $8 + 1 + 7 + 5 = 21$), par 5 (termine par 5), mais pas par 2 (impair), ni par 4 (75 non divisible par 4), ni par 9 (somme 21 non multiple de 9). Donc $\{3, 5\}$.
- 3 600 : Divisible par 2 (pair), par 3 (somme $3 + 6 + 0 + 0 = 9$), par 4 (00 divisible par 4), par 5 (termine par 0) et par 9 (somme 9). Donc $\{2, 3, 4, 5, 9\}$.

Exercice 2 – Division euclidienne (6 points)

On écrit $a = bq + r$ avec $0 \leq r < b$.

- $a = 157, b = 12$: $12 \times 13 = 156$ et $157 - 156 = 1$. Donc $157 = 12 \times 13 + 1$.
- $a = 247, b = 17$: $17 \times 14 = 238$ et $247 - 238 = 9$. Donc $247 = 17 \times 14 + 9$.
- $a = 1\,000, b = 7$: $7 \times 142 = 994$ et $1\,000 - 994 = 6$. Donc $1\,000 = 7 \times 142 + 6$.

Exercice 3 – Nombres premiers (4 points)

On teste les diviseurs premiers inférieurs ou égaux à la racine carrée du nombre.

- 51 : $51 = 3 \times 17$. Donc 51 est **composé**.
- 83 : $\sqrt{83} \approx 9,1$. On teste 2, 3, 5, 7 : aucun ne divise 83. Donc 83 est **premier**.

3. $91 : 91 = 7 \times 13$. Donc 91 est **composé**.
4. $101 : \sqrt{101} \approx 10,0$. On teste 2, 3, 5, 7 : aucun ne divise 101. Donc 101 est **premier**.

Exercice 4 – Décomposition en facteurs premiers (4 points)

1. $84 : 84 = 2 \times 42 = 2 \times 2 \times 21 = \boxed{2^2 \times 3 \times 7}$.
2. $180 : 180 = 18 \times 10 = (2 \times 3^2) \times (2 \times 5) = \boxed{2^2 \times 3^2 \times 5}$.
3. $1\,260 : 1\,260 = 126 \times 10 = (2 \times 3^2 \times 7) \times (2 \times 5) = \boxed{2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7}$.
4. $4\,500 : 4\,500 = 45 \times 100 = (3^2 \times 5) \times (2^2 \times 5^2) = \boxed{2^2 \times 3^2 \times 5^3}$.

Exercice 5 – PGCD et PPCM (4 points)

On a $a = 90$ et $b = 126$.

1. Décomposition en facteurs premiers : $90 = 9 \times 10 = \boxed{2 \times 3^2 \times 5}$ $126 = 2 \times 63 = 2 \times 9 \times 7 = \boxed{2 \times 3^2 \times 7}$
2. PGCD et PPCM : Pour le PGCD, on prend les facteurs communs avec le plus petit exposant : $\text{pgcd}(90, 126) = 2 \times 3^2 = \boxed{18}$. Pour le PPCM, on prend tous les facteurs avec le plus grand exposant : $\text{ppcm}(90, 126) = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 9 \times 70 = \boxed{630}$.

Exercice 6 – Problème de partage (6 points)

Un professeur dispose de 126 crayons rouges et de 84 crayons bleus.

1. Nombre maximal de lots : Le nombre de lots doit diviser à la fois 126 et 84. Le nombre maximal est donc le PGCD de 126 et 84. On décompose : $126 = 2 \times 3^2 \times 7$ et $84 = 2^2 \times 3 \times 7$. Donc $\text{pgcd}(126, 84) = 2 \times 3 \times 7 = 42$. Le professeur peut donc constituer au maximum $\boxed{42}$ lots identiques.
2. Composition de chaque lot : Pour les crayons rouges : $126 \div 42 = 3$. Pour les crayons bleus : $84 \div 42 = 2$. Chaque lot contient donc $\boxed{3}$ crayons rouges et $\boxed{2}$ crayons bleus.