

Nombres quadripartites, définition :

Soit A un entier positif non nul.

Le nombre A est dit quadripartite s'il existe 4 entiers positifs a, b, c, d et un entier positif non nul m tels que

- d'une part, le nombre A est égal à la somme des entiers a, b, c, d ;
- d'autre part, les quatre nombres suivants sont égaux : a augmenté de m , b diminué de m , c multiplié par m et d divisé par m .

Le nombre m est appelé opérateur du nombre quadripartite A .

Les quatre nombres a, b, c et d sont appelés éléments du nombre quadripartite A associés à l'opérateur m .

Exemple :

Le nombre $A = 8$ est un nombre quadripartite d'opérateur $m = 1$ et d'éléments associés $a = 1$, $b = 3$, $c = 2$ et $d = 2$.

En effet, on a :

- d'une part, $8 = a + b + c + d$;
- d'autre part, les nombres $a + 1$, $b - 1$, $c \times 1$, $\frac{d}{1}$ sont égaux.

Début du problème :

1. Vérifier que le nombre 500 est un nombre quadripartite d'opérateur $m = 4$ et d'éléments $a = 76$, $b = 84$, $c = 20$ et $d = 320$.
2. Vérifier que le nombre 16 est un nombre quadripartite d'opérateur 1.
3. Vérifier que le nombre 288 est un nombre quadripartite d'opérateur 2 et d'opérateur 3.
4. Dans cette question, on considère l'algorithme donné en annexe.
 - a) Appliquer cet algorithme lorsque $A = 8$ et compléter le tableau donné en annexe.
 - b) Reprendre la question précédente dans le cas $A = 10$ en écrivant uniquement les étapes avec un affichage.
 - c) Dresser un tableau similaire à celui de la question b) dans le cas où $A = 36$.
Que remarque-t-on pour chacun des nombres 8, 10 et 36 ?
 - d) Si, après exécution de l'algorithme, on obtient un affichage, que peut-on dire de A ? de a , b , c , d et m ?
Justifier.
5. Démontrer que 18 126 est quadripartite et qu'il n'a qu'un seul opérateur. Donner alors les quatre éléments associés.

Algorithme :

Fin algorithme.

$$A=8$$

		Sortie				
m	Affichage	a	b	c	d	m
1	oui	1	3	2	2	1
2	non	X	X	X	X	X

$A=10$

Sortie					
m	a	b	c	d	m

EXERCICE 4 Série non S

Les liponombres

Le lipogramme, du grec leipogrammatikos, de leipen « enlever, laisser » et gramma « lettre », est une figure de style (appelée aussi contrainte oulipienne) qui consiste à produire un texte d'où sont délibérément exclues certaines lettres de l'alphabet.

Le livre de Georges Perec, intitulé *La Disparition* (1969), est un exemple de roman lipogrammatique puisque n'y figure à aucun moment du récit, la lettre « e ».

À la suite de l'OuLiPo (acronyme du groupe littéraire : l'Ouvroir de littérature potentielle), nous qualifierons de liponombre, un entier naturel strictement inférieur à mille milliards (10^{12}) dont l'écriture en toutes lettres est un lipogramme en la lettre « e ».

Par exemple, 3 est un liponombre car l'écriture du mot « trois » n'utilise pas la lettre « e ».

En revanche, 21 ou 101 n'en sont pas car dans les écritures en toutes lettres de « vingt-et-un » ou « cent-un » figure la lettre « e ».

On convient que 0 n'est pas un liponombre, la lettre accentuée du mot « zéro » étant considérée comme un « e ».

1. a. Écrire en toutes lettres les liponombres inférieurs ou égaux à 10.
b. Dresser la liste des douze liponombres inférieurs ou égaux à 30.
2. a. Démontrer qu'il n'y a pas d'autres liponombres strictement inférieurs à 10^6 que ceux énumérés à la question précédente.
b. Combien y a-t-il de liponombres strictement plus petits que 10^9 ?
3. Déterminer le nombre N de liponombres.
Pour mémoire, un liponombre est strictement inférieur à 10^{12} .
4. Parmi tous les liponombres :
a. Quel est le plus grand ?
b. Quel est celui qui s'écrit avec le plus de lettres ?
5. On range les liponombres dans l'ordre croissant.
Ainsi 1 est le premier nombre de la liste, 3 le deuxième, 5 le troisième, etc.
a. Quel est le 13^e nombre de la liste ? Et le 169^e ?
b. Déterminer le 2014^e nombre de la liste.
6. En 1972, Georges Perec a écrit *Les revenentes*. Il s'agit d'un lipogramme particulier, puisqu'il ne s'autorise que la voyelle « e ».
Ainsi toutes les autres voyelles (« a », « i », « o », « u » et « y ») sont interdites. On appelle cela un monovocalisme en « e ».
Déterminer le nombre d'entiers naturels strictement inférieurs à 10^{12} vérifiant cette propriété.