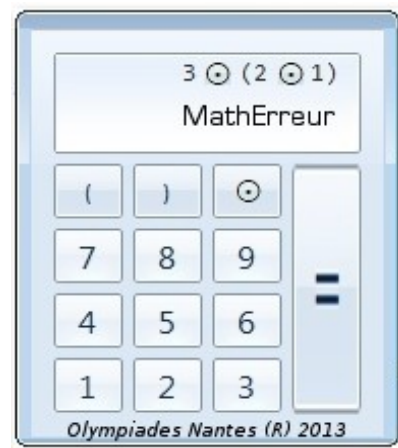


EXERCICE 3

Une calculatrice un peu spéciale ne comporte que 13 touches :

- les 9 chiffres de 1 à 9 ;
- les deux parenthèses (et) ;
- une touche = ;
- une touche opératoire $\odot$ qui vérifie pour tous nombres a et b :

$$a \odot b = 2 - \frac{a}{b}.$$



Exemple : En tapant $2 \odot 4$, la calculatrice affiche $\frac{3}{2}$, car

$$2 \odot 4 = 2 - \frac{2}{4} = \frac{3}{2}.$$

1. (a) Calculer les nombres suivants :

$$2 \odot 1, \quad 2 \odot (3 \odot 3), \quad 5 \odot 5.$$

(b) La séquence $3 \odot (2 \odot 1)$ donne MathErreur. Pourquoi ?

Peut-on retrouver le même problème sans utiliser le 1 ? Si oui, donner un exemple.

(c) Calculer les nombres suivants :

$$a \odot a, \quad a \odot 1, \quad 1 \odot a.$$

2. Dans cette question, a , b et c représentent des chiffres de 1 à 9 du clavier de cette calculatrice. Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier.

(a) Il existe a et b distincts tels que $a \odot b = b \odot a$.

(b) Pour tous a , b et c , on a : $(a \odot b) \odot c = a \odot (b \odot c)$.

3. On tape la séquence $a \odot b$ en prenant au hasard deux chiffres de la calculatrice.

(a) Déterminer la valeur minimale de $a \odot b$, puis donner la probabilité d'obtenir cette valeur.

(b) Quelle est la probabilité que l'on obtienne le résultat $\frac{5}{3}$?

4. Calculer $(a \odot 1) \odot 1$ et $(a \odot 2) \odot 1$.

Trouver alors une séquence opératoire qui permette d'obtenir $\frac{a}{b}$.

EXERCICE 4**Position du dé :**

On dispose d'un dé cubique (voir figure 1 ci-dessous) et d'une feuille quadrillée dont les carreaux sont de la même taille que les faces du dé. On place le dé sur un des carrés du quadrillage et on note le numéro de la face contre la feuille dans ce carré.

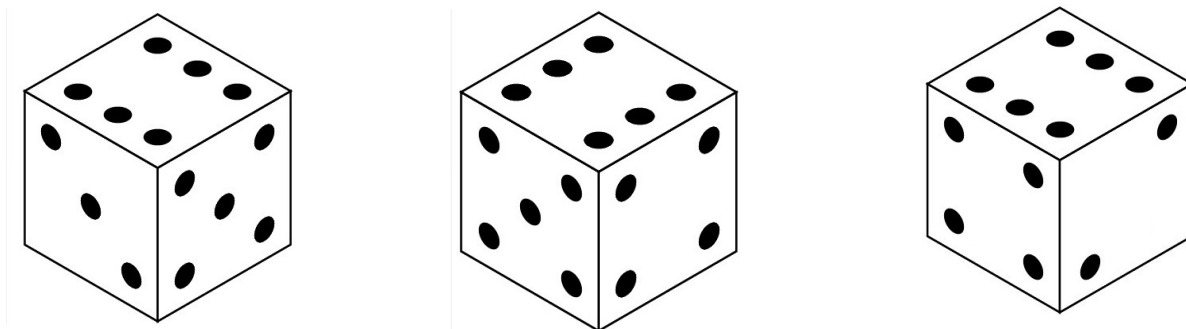


figure 1 :

Une étape consiste à faire basculer le dé autour de l'une des arêtes de sa base. On note alors sur le quadrillage le numéro de la face contre la feuille.

Un parcours est une succession d'étapes, et on calcule la somme S de tous les nombres notés sur la feuille.

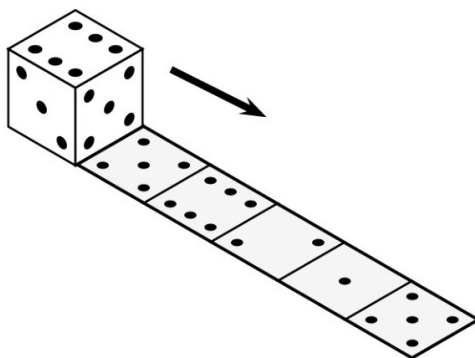
Exemple d'un parcours en ligne droite.

figure 2

Le dé est sur la face « 1 » en position initiale. La figure 2 est un exemple de parcours du dé en ligne droite après 5 étapes. Ainsi, la somme S des nombres notés sur la feuille est $1+5+6+2+1+5=20$.

1. Parcours en spirale :

Au départ, on place le dé face « 1 » contre la feuille, puis on le bascule vers la droite. Ensuite on fait basculer le dé selon la figure 3 en parcourant une spirale autour du carré initial.

Le numéro obtenu après la première étape est 2.

Compléter la suite en donnant la liste des nombres notés au bout des dix premières étapes et calculer leur somme S .

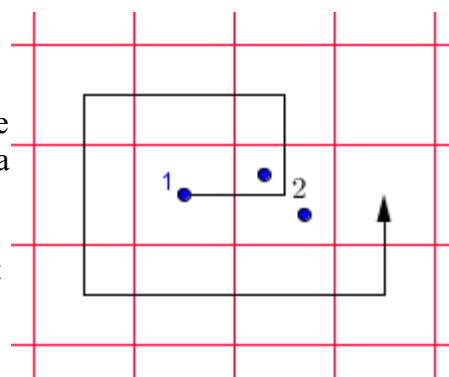


figure 3

2. Parcours en carré :

On place le dé dans la case A1 du quadrillage, face « 1 » contre la feuille, et le dé parcourt les cases du carré comme indiqué sur la *figure 4*. Il y a donc 4 numéros possibles en B1 à la première étape.

- On effectue ce parcours une fois. Quels sont les nombres écrits dans les cases E1, E5, A5 ?
- On a effectué ce parcours un certain nombre de fois et on a obtenu la somme 2013. Sur quelle case s'est-on arrêté et quel est le numéro inscrit en B1 lors du premier passage ?

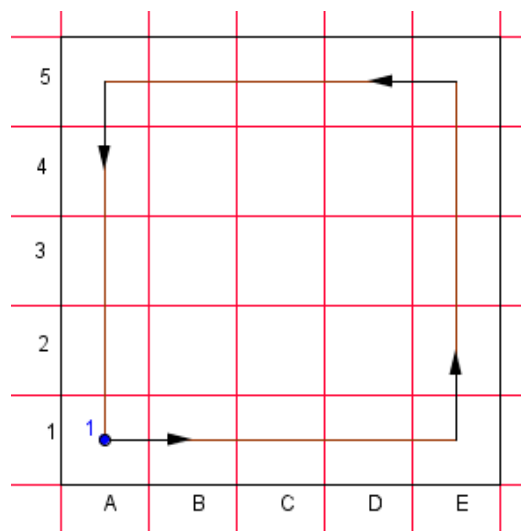


Figure 4

3. Parcours libre :

On place le dé face « 1 » contre la feuille. A chaque étape, on ne peut revenir sur la case précédente. À partir de la deuxième étape, il y a donc 3 possibilités.

- On peut obtenir 6 de 3 façons différentes car $6=1+2+3=1+3+2=1+5$. De combien de façons peut-on obtenir 8 ?
- Quelle est la plus petite somme que l'on puisse obtenir avec un parcours qui revient au point de départ ?
- Au bout de 2013 étapes, quelle est la plus petite valeur possible de S ? On précisera le numéro inscrit dans la case finale.

4. Longueur de trajectoires :

Dans cette question, le dé est un cube d'arête 1 cm.

- À chaque étape, le centre du dé décrit, dans l'espace, une trajectoire en arc de cercle. Déterminer la longueur de cette trajectoire.
- Déterminer la distance totale parcourue par le centre du dé à la question 3.c.
- Déterminer la longueur de la trajectoire parcourue par le centre de la face « 1 » dans la question 3.c.

ANNEXE

Un patron du dé : *(que vous pouvez découper)*

