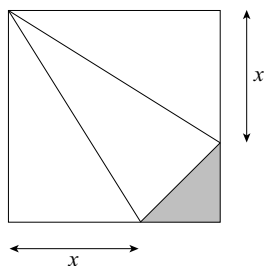


Solution

1. L'aire de chaque triangle rectangle de côté x est $A = \frac{x}{2}$. On écrit l'égalité entre l'aire de la partie médiane et A :

$$\frac{x}{2} = 1 - 2 \times \frac{x}{2}.$$

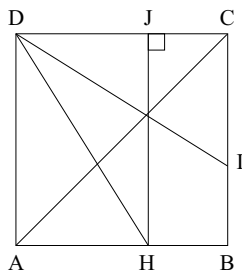
La solution de cette équation est $\frac{2}{3}$.



2. La même condition s'écrit cette fois :

$$1 - \frac{(1-x)^2}{2} = 3 \frac{x}{2}$$

Dont la solution positive est $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.



3. On se place dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ et on cherche si le point d'intersection de (AC) et (DI) a la même abscisse que H. Une équation de (AC) est $y = x$, une équation de (DI) est $y - 1 = x \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)$. Le point d'intersection de ces droites a pour abscisse $\frac{1 - \sqrt{5}}{2}$, celle de H. Il y a bien concours.