

SUJETS NATIONAUX

Exercice n° 1

Enoncé

Un problème de tas

On dispose de 7 objets que l'on répartit en autant de tas que l'on veut, chaque tas contenant autant d'objets que l'on veut.

Une manipulation consiste à enlever un objet de chaque tas et à faire un nouveau tas des objets ainsi récupérés.

Exemple : une répartition possible au départ sera notée $(4,3)$ elle signifie qu'on a deux tas, l'un de 4 objets et l'autre de 3 objets après une manipulation, on obtiendra donc la répartition $(3,2,2)$

Avertissement : on considère que les répartitions $(4,3)$ et $(3,4)$ sont identiques. De même les répartitions $(3,2,2)$, $(2,3,2)$ et $(2,2,3)$ sont identiques.

1. On place les 7 objets en un seul tas ; la répartition est donc (7) . Quelle répartition obtiendra-t-on après 3 manipulations ? Après 7 manipulations ? Après 11 manipulations ? Après 2007 manipulations ?
2. Ici, on ne connaît pas la répartition initiale, mais après 2007 manipulations, on obtient la répartition $(4,2,1)$.
Indiquer toutes les répartitions initiales possibles.
3. Paul et Virginie jouent ensemble. Au départ, Paul dispose les objets sans montrer la répartition à Virginie. Puis il simule sur son ordinateur 2007 manipulations et ne montre à Virginie que la répartition finale. Il demande alors à Virginie de deviner la répartition initiale. Virginie réfléchit et avoue ne pas savoir répondre car elle hésite entre trois répartitions. Sachant que Virginie a raisonné correctement, quelle répartition finale a-t-elle vue ?

