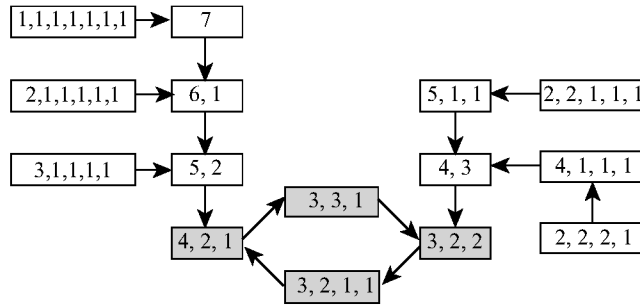


Solution

Le graphe ci-dessous donne l'évolution des répartitions à partir d'une répartition quelconque :



Question 1 :

En partant de la répartition (7), en trois manipulations, on obtient la répartition (4, 2, 1).

Puis quatre manipulations redonnent à nouveau (4, 2, 1) et ainsi de suite.

Comme $2007 = 501 \times 4 + 3$, après 2007 manipulations, on aura encore la répartition $(4,2,1)$.

Questions 2 et 3 :

On raisonne de la même façon que pour la question 1, mais en sens contraire et en tenant compte du fait qu'au bout de quelques manipulations, on rentre dans le cycle des quatre manipulations en gris sur le graphique et que, par ailleurs, 2007 manipulations reviennent en général à 3 manipulations. Pour chacune des quatre répartitions du cycle (en gris), on peut déterminer quelles répartitions initiales permettent d'y aboutir en 2007 (c'est-à-dire en 3) manipulations. Il suffit donc de remonter trois flèches. On obtient donc le résultat suivant :

Les répartitions initiales suivantes...	... aboutissent en 2007 manipulations à
(7) (2,1,1,1,1,1) (3,3,1) (4,3)	(4,2,1)
(6,1) (3,1,1,1,1) (3,2,2)	(3,3,1)
(5,2) (3,2,1,1) (2,2,1,1,1) (2,2,2,1)	(3,2,2)
(4,2,1) (5,1,1) (4,1,1,1) (1,1,1,1,1,1)	(3,2,1,1)

Ainsi pour la question 2 :

Les répartitions initiales suivantes...	... aboutissent en 2007 manipulations à
(7) (2,1,1,1,1,1) (3,3,1) (4,3)	(4,2,1)

Et pour la question 3, seule la répartition finale $(3,3,1)$ pouvait faire hésiter Virginie entre 3 répartitions initiales.