

Pour la même raison, le dé bleu « perd » contre le dé vert : il perd chaque fois que le dé vert obtient 7, or le dé vert a 4 chances sur 6 d'obtenir 7.

Par contre, le dé vert « perd » contre le dé blanc : car pour gagner avec le dé vert contre le blanc, il faut que le dé vert obtienne 7 **et** le dé blanc 2, ce qui se produit avec une probabilité de $\frac{4}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{16}{36} < \frac{1}{2}$.

Donc le dé blanc perd contre le dé bleu qui, lui-même, perd contre le dé vert, qui perd contre le dé blanc : c'est évidemment le second à choisir qui a le plus de chances de gagner. Un peu comme si, dans le jeu feuille, pierre, ciseau (la feuille enveloppe la pierre, la pierre casse le ciseau et le ciseau coupe la feuille) on demandait à un des joueurs de jouer en premier. La seule situation où il serait avantageux de choisir en premier est celle où l'un des dés gagnerait contre les deux autres, mais le jeu aurait encore moins d'intérêt.

COMMENTAIRES (rédaction de la brochure)

Exercice qui n'implique aucune connaissance préalable sur les probabilités. Mais les tableaux de la méthode 1 peuvent sans doute être allégés pour aller vers la probabilité de gagner. Le choix des noms des joueurs était évidemment un clin d'œil vers la conclusion ! (Comme naguère, en géométrie de Terminale, quand on demandait « le lieu (E) (ou (H) ou (P) » de tel point !)

« Les élèves ont en majorité, dit l'équipe académique, trouvé la bonne solution. Cet exercice a permis aux candidats bien impliqués dans cette épreuve de ne pas ressentir la frustration de la copie blanche. Ceci nous semble important. »

DEUXIÈME SUJET ACADÉMIQUE (Exercice n° 3)

ÉNONCÉ

1- Le cœur d'une marguerite est constitué d'un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 5. On dispose autour de ce cercle d'autres cercles (les pétales) tous de même rayon r , tangents extérieurement à $\mathcal{C}$ et tels que chacun d'eux soit tangent à deux autres pétales.

Sachant que $0,8 < r < 0,85$, déterminer le nombre de pétales et la valeur exacte de r .

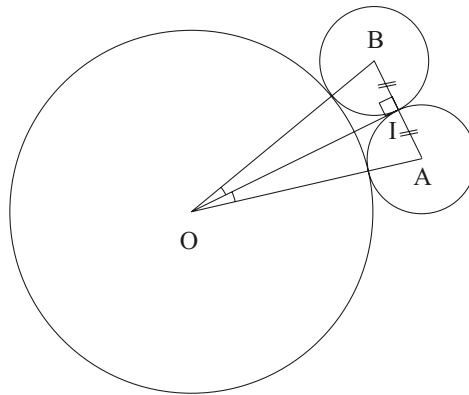
2- Un amoureux décide d'effeuiller totalement, en dix minutes et demie, cette marguerite de la façon suivante :

- n secondes s'écoulent entre l'effeuillage des deux premiers pétales (n entier non nul)
- puis, d'un pétale à l'autre, le jeune rêveur attend systématiquement p secondes de plus qu'entre les deux précédents ($p \in \mathbb{N}$ tel que $p > 1$).

Déterminer n et p .

SOLUTION de l'équipe académique

1- O est le centre de la marguerite et on appelle A et B les centres respectifs de deux pétales tangents entre eux et au cœur.



Soit N le nombre de pétales. Alors : la marguerite est réalisée *si et seulement si* $\widehat{AOB}$ a pour mesure $\frac{2\pi}{N}$.

Or, le triangle AOB est isocèle en O avec $OA = OB = 5 + r$. Si on note I le point de tangence des deux pétales, alors I est le milieu de [AB] et [OI] est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$ donc : la marguerite est réalisée *si et seulement si* l'angle $\widehat{AOI}$ mesure $\frac{\pi}{N}$

Or, I est le milieu de [AB] donc le triangle IAO est rectangle en I et $\sin \widehat{AOI} = \frac{IA}{OA}$ d'où : la marguerite est réalisée *si et seulement si* N est tel que $\sin \frac{\pi}{N} = \frac{r}{5+r}$.

Or, $0,8 < r < 0,85$ donc $5,8 < 5 + r < 5,85$
 et donc $\frac{0,8}{5,85} < \frac{r}{5+r} < \frac{0,85}{5,8}$ soit $\frac{16}{117} < \frac{r}{5+r} < \frac{17}{116}$.

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \sin \frac{\pi}{x}$.

On cherche alors à la calculatrice les valeurs entières de x telles que $\frac{16}{117} < f(x) < \frac{17}{116}$ et on s'aperçoit que la seule qui convient est $x = 22$, d'où : **le nombre de pétales est 22.**

$$\begin{aligned} \text{Dans ce cas, } \frac{r}{5+r} &= \sin \frac{\pi}{22} \text{ d'où : } r = (5+r) \sin \frac{\pi}{22} \\ r &= r \sin \frac{\pi}{22} - 5 \sin \frac{\pi}{22} \\ r \left(1 - \sin \frac{\pi}{22} \right) &= 5 \sin \frac{\pi}{22} \\ r &= \frac{5 \sin \frac{\pi}{22}}{1 - \sin \frac{\pi}{22}} \quad (r \approx 0,82964 \dots) \end{aligned}$$

2- D'après le texte, la durée d'effeuillage est

$$t = n + (n+p) + (n+2p) + \dots + (n+20p)$$

Cette somme est la somme des 21 premiers termes d'une suite arithmétique u de premier terme $u_0 = n$ et de raison p , donc

$$t = 21 \times \frac{n + (n+20p)}{2} = 21 \times \frac{2n+20p}{2} = 21 \times (n+10p) = 21n + 210p.$$

Dix minutes et demie correspondent à 630 secondes, donc n et p doivent vérifier : $21n + 210p = 630$, soit $n + 10p = 30$.

Puisque, par hypothèse p est un entier tel que $p > 1$, $p \geq 2$,

- Si $p = 2$ alors $n = 10$ et ce couple convient.

- Si $p > 2$, alors $p \geq 3$ et $n \leq 0$, ce qui est impossible,

d'où : **$n = 10$ et $p = 2$.**

COMMENTAIRES

La calculatrice était indispensable...

Une intéressante utilisation d'outils géométriques simples et d'encadrements.

« Quinze élèves (environ) ont proposé des solutions en utilisant des approximations non justifiées. Parmi ceux-ci, cinq ont répondu à la question n° 2 ».

PARTICIPATION

	Loire-Atlantique	Maine-et-Loire	Mayenne	Sarthe	Vendée
filles	12	13	4	9	0
garçons	31	34	12	11	1

Soit au total 38 filles et 89 garçons (117 candidats).

Les candidat(e)s présent(e)s appartenaient tou(te)s à la série S.

BILAN

L'équipe envisage plusieurs actions pour inciter les enseignants de 1^{ère} S à présenter à leurs élèves cette épreuve avec plus...d'enthousiasme.

- Reconsidérer la répartition des centres d'écrit (cela paraît essentiel).
- Dynamiser le site internet en proposant des exercices des années précédentes avec des pistes de plusieurs niveaux de difficulté, un rappel des outils à maîtriser avant de s'engager dans la recherche de la solution, etc.
- Insister sur la qualité des lots accordés aux six lauréats (calculatrices Texas TI 898 ou Voyage 2000 dans l'académie de Nantes).

PALMARÈS

1 ^{er} Prix	Jérôme Vasseur	lycée Notre-Dame (Le Mans)
2 ^{ème} Prix	Clémence Colin	lycée Davis d'Angers (Angers)
1 ^{er} accessit	Alain Droniou	lycée Jean Bodin (Les Ponts-de-Cé)