



AIX-MARSEILLE

Premier exercice

Toutes séries

La magibox

Énoncé

La magibox est une machine qui transforme deux nombres entiers naturels n et p à l'aide d'un procédé prédéterminé pour obtenir un troisième nombre.

Par exemple, si le procédé programmé consiste à *multiplier*, le transformé des nombres 5 et 9 sera 45. On notera : $t(5;9) = 45$.

- On décide d'utiliser la magibox, mais on ne sait pas quel procédé est utilisé.
Par test, on obtient $t(12;13) = 132$ mais $t(13;12) = 143$.
Décrire un procédé permettant d'obtenir ces résultats grâce à la magibox.
- On reprogramme la magibox.
Par test, on obtient $t(3;5) = 81$.
On sait que le procédé prédéterminé effectue l'opération $a \times n + b \times p$ où a et b sont des entiers positifs dont on a oublié les valeurs.
 - Quelles sont toutes les valeurs possibles pour a et b ?
 - On sait, de plus, que $t(52;35) = 784$. Quelles sont les valeurs de a et b ?
- On programme la magibox afin que $t(n;p) = \sqrt{n^2 + p^2}$.
On dira qu'un couple $(n;p)$ est acceptable si le nombre $t(n;p)$ est entier.
 - Le couple $(7;24)$ est-il acceptable ?
 - Déterminer deux entiers naturels distincts qui forment avec 8 un couple acceptable.
 - Montrer que s'il existe deux entiers naturels a et b tels que $n = a^2 - b^2$ et $p = 2ab$, alors le couple $(n;p)$ est acceptable.
 - (**Série S seulement**) Montrer que si un couple acceptable $(n;p)$ vérifie $n = a^2 - b^2$ et $p = 2ab$ avec b pair alors le produit $n \times p$ est un multiple de 12.

[RETOUR AU SOMMAIRE](#)



AIX-MARSEILLE

Deuxième exercice

Série S

Curieuses traversées

Énoncé

Cet exercice permet d'étudier la possibilité de faire traverser certains objets (des figures planes et un solide) par des objets de même forme, mais de dimensions plus grandes.

Partie A

On appelle diamètre d'un polygone régulier la plus grande distance possible entre deux points de ce polygone. De même, on appelle hauteur d'un polygone régulier la distance :

- entre un sommet et son côté opposé lorsque ce polygone possède un nombre impair de sommets.
- entre deux côtés parallèles lorsque ce polygone possède un nombre pair de sommets.

1. On considère un carré C_1 de côté 1 unité (figure ci-contre).

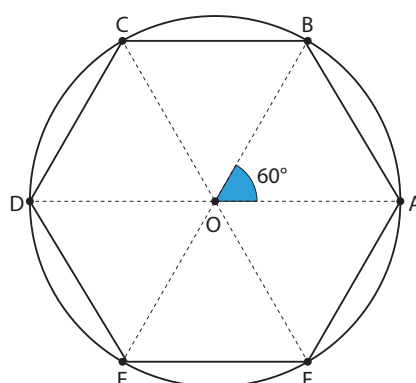
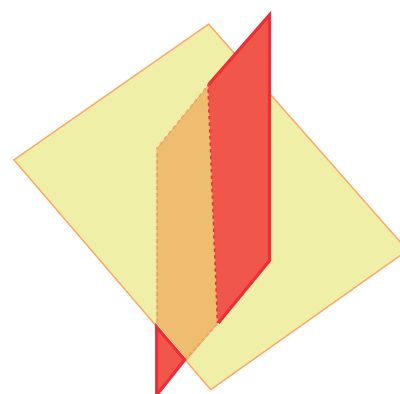
- a) Quel est son diamètre ? Quelle est sa hauteur ?
- b) Est-il possible de faire passer un carré de côté 1,4 unité à travers le carré C_1 ?

2. On considère un triangle équilatéral T_1 de côté 1 unité.

- a) Quel est son diamètre ? Quelle est sa hauteur ?
- b) Quelle doit être la relation entre la hauteur d'un triangle équilatéral T_2 et le diamètre de T_1 pour qu'il soit possible de faire traverser T_2 dans T_1 ?
- c) Quel est le côté du plus petit triangle équilatéral qu'il n'est pas possible de faire traverser dans T_1 ?

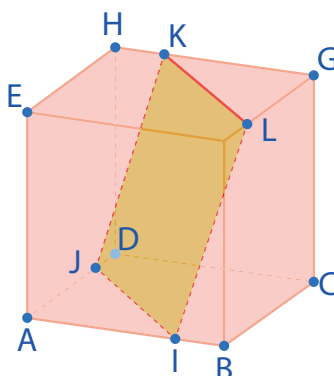
3. On considère un hexagone régulier H_1 de côté 1 unité.

- a) Quel est son diamètre ? Quelle est sa hauteur ?
- b) Quel est le côté du plus petit hexagone régulier qu'il n'est pas possible de faire traverser dans H_1 ?



Partie B

Dans cette partie on considère un cube ABCDEFGH de côté 1 unité. Les points I, J, K et L sont disposés comme sur la figure ci-dessous avec : $AI = \frac{3}{4}$, $AJ = \frac{3}{4}$, $HK = \frac{1}{4}$ et $FL = \frac{1}{4}$.



1. a) Calculer la longueur IJ .
 b) Calculer la longueur IL (on pourra travailler dans le triangle IFL rectangle en F).
 c) Justifier que $IJKL$ est un carré.
2. En s'aidant de la question précédente, expliquer comment il est possible de faire traverser le cube ABCDEFGH par un cube de côté légèrement plus grand.

[RETOUR AU SOMMAIRE](#)



AIX-MARSEILLE

Troisième exercice

Séries autres que S

Histoires de prix

Énoncé

1. Manon décide d'aller faire du shopping et sa mère lui donne de l'argent.
Elle se rend dans 5 magasins différents, et dépense dans chacun d'entre eux 10 € de plus que la moitié de la somme dont elle disposait en entrant. A la fin, elle a tout dépensé.
 - a) De combien d'argent disposait-elle en entrant dans le dernier magasin ?
 - b) Quelle somme d'argent lui avait donnée sa mère au départ ?
2. Manon achète deux articles dans une supérette. Le commerçant, par étourderie, multiplie les prix au lieu de les ajouter. Fort heureusement, cela ne modifie pas le résultat qui est de 4,90 €.
Quels sont les prix des deux articles ?
3. Ce même commerçant vend en exclusivité des CDSupers et des DVDEstras.
Il y a exactement : 1 € d'écart entre le prix de 5 CDSupers et celui de 3 DVDEstras (mais on ne sait pas ce qui est le plus cher).
1 € d'écart entre le prix de 18 CDSupers et celui de 11 DVDEstras (et on ne sait pas ce qui est le plus cher).
Échangeriez-vous gratuitement vos 21 CDSupers contre 13 DVDEstras ?

[RETOUR AU SOMMAIRE](#)



AMIENS

Premier exercice

Série S

Graphe et chiffres

Énoncé

On considère un graphe avec des chiffres dans les nœuds. A chaque nœud on fait correspondre la somme de ses voisins.

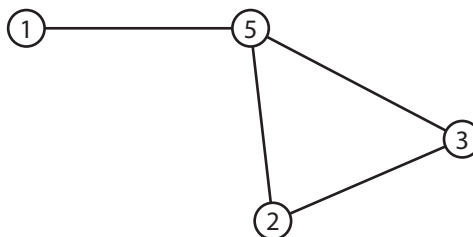
Par exemple :

Ici, 1 est associé avec 5 ;

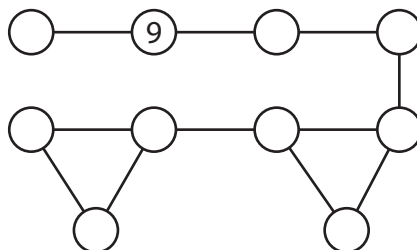
5 est associé avec $1 + 2 + 3 = 6$

2 est associé avec $5 + 3 = 8$

Et 3 est associé avec $2 + 5 = 7$.



On a mis les entiers de 0 à 9 dans le graphe suivant et associé à chaque nœud la somme de ses voisins. Malheureusement, presque tous les chiffres ont été effacés.



A vous de les retrouver sachant que :

$0 \rightarrow 10$	$1 \rightarrow 9$	$2 \rightarrow 10$
$3 \rightarrow 9$	$4 \rightarrow 18$	$5 \rightarrow 10$
$6 \rightarrow 9$	$7 \rightarrow 9$	$8 \rightarrow 9$
	$9 \rightarrow 9$	

La $\rightarrow$ signifie « est associé à ».

[RETOUR AU SOMMAIRE](#)