

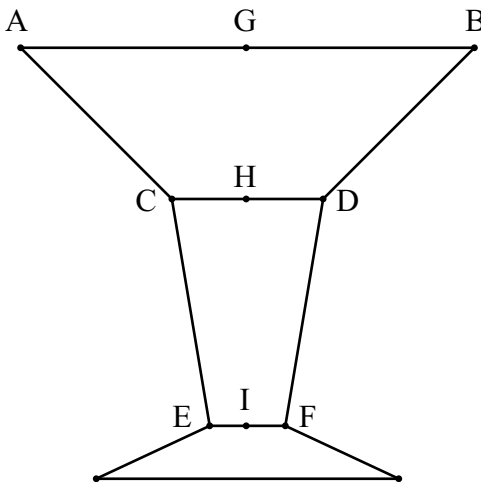
BESANÇON

Exercice n° 1 (Toutes séries)

Enoncé

Le verre à cocktail (à rapprocher d'Amiens - Ex. 3)

Un verre à cocktail spécial est formé d'une base pleine, surmontée d'un pied en forme de tronc de cône puis d'un autre tronc de cône plus évasé. Les dimensions sont indiquées ci-dessous.



Le verre à cocktail

$$AB = 12 \text{ cm}$$

$$CD = 4 \text{ cm}$$

$$EF = 2 \text{ cm}$$

$$GH = 4 \text{ cm}$$

$$HI = 6 \text{ cm}$$

Dessin fait à l'échelle 1/2

De la glace pilée au fond du verre doit occuper un sixième du volume. La boisson elle-même doit comporter $\frac{1}{4}$ de sirop et $\frac{3}{4}$ de limonade. Le verre doit être rempli à ras bords.

Mon ami me conseille de remplir de glace pilée le tronc de cône inférieur (jusqu'à la limite CD) puis de remplir de sirop jusqu'à 2 cm du bord supérieur. Son conseil est-il bon ?

On rappelle que le volume d'un cône est donné par la formule $V = \frac{1}{3} (\pi R^2) \times h$.

Solution

- volume du tronc de cône supérieur : $V = \frac{1}{3}\pi (6^2 \times 6 - 2^2 \times 2) = 208 \times \frac{\pi}{3}$
- volume du tronc de cône inférieur : $V = \frac{1}{3}\pi (2^2 \times 12 - 1^2 \times 6) = 42 \times \frac{\pi}{3}$
- volume total : $V = 250 \times \frac{\pi}{3}$
 $\frac{250}{6} \approx 41,67$ donc le conseil pour la glace pilée est bon
- volume de limonade si on suit le conseil : $V = \frac{1}{3}\pi (6^2 \times 6 - 4^2 \times 4) = 152 \times \frac{\pi}{3}$
- $\frac{152}{208} \approx 0,73$ donc le conseil pour le sirop est assez bon...

Exercice n° 2 (Toutes séries)

Enoncé

Le chameau et les bananes (à rapprocher de Toulouse-Ex.2)

Je suis face au désert avec un stock de bananes. Le chameau qui va me transporter ne peut porter plus de mille bananes à la fois et en consomme une par kilomètre.

Partant de ma ville, j'espère atteindre un marché situé à 1000 km où je compte vendre mes bananes. Je dispose d'un stock de trois mille bananes.

1. Montrer qu'il est possible d'apporter au moins deux cents bananes au marché.
2. Améliorer la solution précédente. Quel est le nombre maximal de bananes que je pourrai vendre au marché ?

Solution

Il fallait penser qu'on pouvait faire des stations intermédiaires où poser les bananes.

1. Ainsi on pouvait par exemple :
 - ◇ partir avec 1000 bananes, parcourir 400 km, laisser 200 bananes sur place, et refaire les 400 km en sens inverse
 - ◇ repartir avec 1000 bananes, parcourir les 400 km :
 - ◇ on se retrouve avec 800 bananes (200 laissées sur place, 600 non mangées)
 - ◇ on se dirige alors vers la marché dont on est éloigné de 600 km
 - ◇ on arrive ainsi avec 200 bananes (mais on en a laissé 1000 au départ).
2. La meilleure solution possible est : 533 bananes ; démontrer que c'est la meilleure n'est pas une mince affaire, mais on peut au moins la décrire :
 - ◇ effectuer deux fois le trajet suivant :

- o partir avec 1000 bananes, parcourir 200 km, en poser 600 à l'arrêt n°1,
- o refaire les 200 km en sens inverse.
- ◇ Puis repartir une dernière fois avec 1000 bananes, parcourir 200 km :
- ◇ on se trouve alors à l'arrêt n°1 avec $800 + 600 + 600 = 2000$ bananes
- ◇ repartir avec 1000 bananes, parcourir 333 km, en poser 334 à l'arrêt n°2 ; refaire les 333 km en sens inverse
- ◇ reprendre les 1000 bananes restées à l'arrêt 1
- ◇ parcourir les 333 km vers l'arrêt n°2 : je retrouve alors $667 + 334 = 1001$ bananes ; j'en mange une ; le marché est à $1000 - 200 - 333 = 467$ km
- ◇ je repars avec 1000 bananes et j'arrive au marché avec $1000 - 467 = 533$ bananes

Remarque : j'ai raisonné avec des « bananes entières » ; ce qui suppose que le chameau consomme une banane entière à la fin de chaque kilomètre parcouru ; mais si le chameau consomme sa banane régulièrement au long de chaque kilomètre, je peux améliorer la solution et ramener 533 bananes et un tiers de banane. Qui dit mieux ?

Apportez vos solutions ou vos questions à "rene.ligier @ wanadoo.fr".