

# AIX-MARSEILLE

## Exercice n° 1 (Série S)

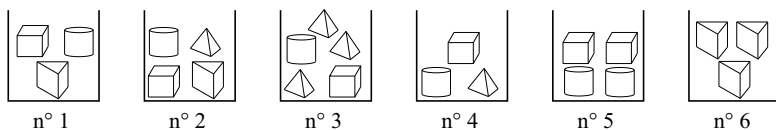
### Enoncé

#### Les caisses

On considère quatre objets qui sont

- un cylindre 
- une pyramide 
- un pavé droit 
- un prisme 

Les poids, exprimés en kilogrammes, de ces objets sont des nombres entiers strictement positifs distincts.



Les contenus des caisses ci-dessus pèsent, **dans le désordre**, 15 kg, 21 kg, 24 kg, 27 kg, 30 kg et 45 kg.

Répondre par Vrai ou Faux aux quatre affirmations suivantes en détaillant avec précision les étapes du raisonnement.

- 1- Le contenu de la caisse n° 5 pèse 24 kg ou 30 kg.
- 2- Le poids du contenu de la caisse n° 6 est supérieur ou égal à la moitié de celui du contenu de la caisse n° 5.
- 3- Le prisme pèse 15 kg.
- 4- Le cylindre pèse 6 kg.

## Solution

### 1. VRAI

Le contenu de la caisse n° 5 pèse un nombre pair de kilogrammes.

Il pèse donc 24 ou 30 kg.

### 2. VRAI

La moitié du contenu de la caisse n°5 pèse au plus 15 kg. Or tous les contenus pèsent plus de 15 kg. En particulier celui de la caisse n° 6.

### 3. VRAI

La masse d'un prisme est le tiers de la masse de la caisse n° 6.

La masse d'un prisme appartient donc à l'ensemble  $\{5; 7; 8; 9; 10; 15\}$ .

D'autre part, la masse d'un prisme est la différence du poids du contenu de la caisse n° 2 et de celui du contenu de la caisse n° 4.

En effectuant toutes les différences de deux poids parmi les six possibles, on constate que cette différence est un des nombres :  $\{3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24; 30\}$ .

On en déduit que la masse d'un prisme est donc soit 9 kg, soit 15 kg.

Les seuls poids possibles pour les contenus des caisses n° 6, n° 4 et n° 2 permettant de vérifier cette égalité sont notifiées dans le tableau ci-dessous.

| n° 2 | n° 4 | n° 6 |
|------|------|------|
| 24   | 15   | 27   |
| 30   | 15   | 45   |
| 30   | 21   | 27   |
| 45   | 30   | 45   |

Ce dernier cas n'est pas possible puisque deux caisses différentes ont des masses distinctes.

D'autre part, d'après la question 1, la masse de la caisse n° 5 est 24 kg ou 30 kg.

Les poids possibles des contenus des caisses n° 2, n° 4, n° 6 et n° 5 sont donc :

|                      | n° 2 | n° 4 | n° 6 | n° 5 |
|----------------------|------|------|------|------|
| 1 <sup>er</sup> cas  | 24   | 15   | 27   | 30   |
| 2 <sup>ème</sup> cas | 30   | 21   | 27   | 24   |
| 3 <sup>ème</sup> cas | 30   | 15   | 45   | 24   |

### *Premier cas :*

La masse d'un prisme est le tiers de celle de la caisse n° 6, donc 9 kg.

La masse d'une pyramide est la différence de la masse de la caisse n° 4 et de la moitié de la masse de la caisse n° 5, donc 0 kg.

Ce qui est impossible car toutes les masses considérées sont strictement positives.

Ce cas est donc exclu.

**Deuxième cas :**

Par un raisonnement analogue, la masse d'un prisme est 9 kg, et la masse d'une pyramide est 9 kg. Ce qui est impossible car toutes les masses considérées sont distinctes. Ce cas est exclu.

**Troisième cas :**

La masse d'un prisme est ici 15 kg et la masse d'une pyramide est 3 kg.

**4. FAUX**

La masse d'un prisme est donc 15 kg et celle d'une pyramide est 3 kg.

En considérant le contenu de la caisse n° 5, la somme des masses d'un cylindre et d'un pavé est donc égale à  $30 - 15 - 3 = 12$  kg. Résultat que l'on retrouve à l'aide des contenus des caisses n° 2 et n° 6.

Si un cylindre pesait 6 kg, le pavé pèserait également 6 kg. Ce qui est exclu.

*Remarque :*

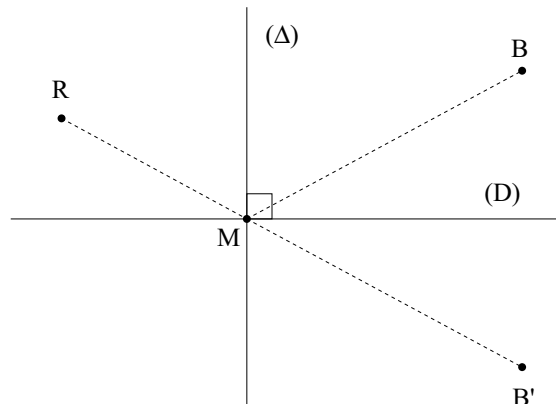
On note que la caisse n° 1 pèse alors 27 kg et la caisse n° 3, 21 kg.

Mais nous n'avons pas d'information supplémentaire sur la masse d'un cylindre et celle d'un pavé

**Exercice n° 2 (Série S)****Enoncé****A propos de jeu de billard**

1. a. *Question préliminaire :* Sur la figure ci-dessous, les points B et B' sont symétriques par rapport à la droite (D). On note M le point d'intersection de la droite (RB') et de la droite (D), et ( $\Delta$ ) la droite perpendiculaire à la droite (D) passant par M.

Justifier que la droite ( $\Delta$ ) est la bissectrice de l'angle  $\widehat{RMB}$ .



**b.** Le billard français se joue avec trois billes : une rouge et deux blanches. On peut y jouer de différentes façons et notamment dans la modalité « 3 bandes ». Dans ce cas, pour marquer un point, un joueur doit parvenir à faire entrer en contact la bille rouge (avec laquelle il joue) avec les deux autres billes en faisant en sorte que la bille rouge rebondisse sur au moins 3 bandes avant de toucher la dernière bille blanche.

**Dans cette question, on ne considère que deux billes, une rouge (bille R) et une blanche (bille B).**

Tracer *sur le schéma N° 1 fourni en annexe (page à rendre avec la copie)*, en laissant apparents les traits de construction, une trajectoire possible pour la bille R afin qu'elle percute la bille B après 3 rebonds sur les bandes 1, 2 et 3 du billard.

(On rappelle que lorsqu'une bille rebondit sur une bande, sa trajectoire est symétrique par rapport à la droite perpendiculaire à la bande au point de contact).

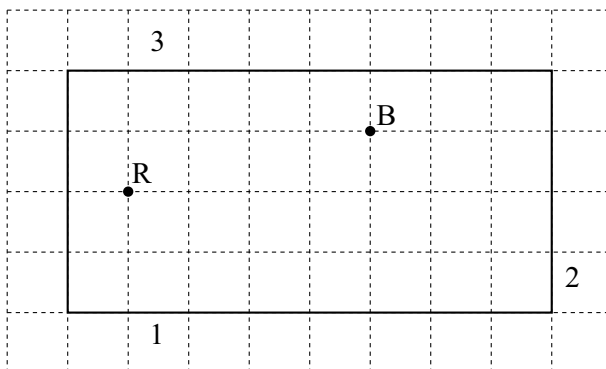
**2.** Nous sommes maintenant en 2050. Les billards classiques ont fait leur temps et ont cédé leur place à des billards circulaires !

Pour simplifier la situation, on ne considère plus que la bille R.

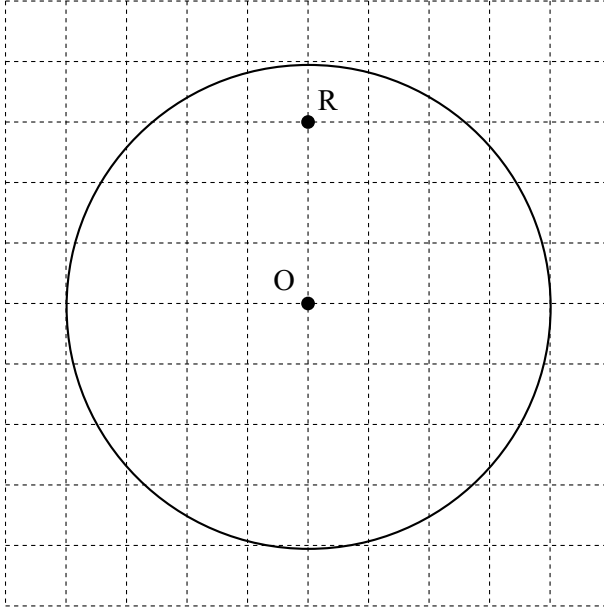
- a.** Question préliminaire : si ABC est un triangle équilatéral inscrit dans un cercle de rayon  $r$ , justifier que le cercle inscrit dans le triangle a pour rayon  $\frac{r}{2}$ .
- b.** Construire *sur le schéma N° 2 fourni en annexe (page à rendre avec la copie)* une trajectoire possible pour la bille R lui permettant de repasser par sa position initiale après trois rebonds sur le bord sans passer par le centre O du billard. Préciser soigneusement le raisonnement justifiant la construction.

**Les figures suivantes devront être rendues avec la copie complétées.**

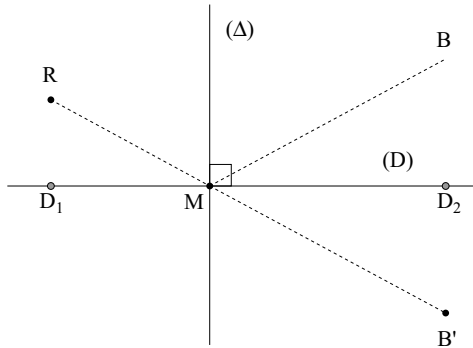
**Schéma n° 1**



## Schéma n° 2



## Solution



1. a. En introduisant les points  $D_1$  et  $D_2$  comme sur le dessin, on déduit que les angles géométriques  $\widehat{BMD_1}$  et  $\widehat{B'MD_1}$  sont égaux car les points  $B$  et  $B'$  sont symétriques par rapport à  $(D)$ . De plus, les angles  $\widehat{B'MD_1}$  et  $\widehat{RMD_2}$  sont égaux car ils sont opposés par le sommet.

On conclut donc que  $\widehat{BMD_1} = \widehat{RMD_2}$  ce qui en passant au complémentaire justifie que  $(\Delta)$  est la bissectrice de l'angle  $\widehat{RMB}$ .

b. On construit successivement les points  $B_1$ ,  $B_2$  et  $B_3$  par symétrie. Puis, on



## Exercice n° 3 (Séries ES, L et Technologiques)

### Enoncé

#### Rugby

Lors d'un match de rugby, les équipes peuvent marquer :

- o 3 points en réalisant un drop ou une pénalité,
- o 5 points à l'issue d'un essai non transformé,
- o 7 points à l'issue d'un essai transformé.

À titre d'exemple, une équipe peut marquer 13 points de deux façons (en ne tenant pas compte de l'ordre dans lequel les points sont marqués) :

- en marquant un essai transformé et deux drops ou pénalités ( $13 = 7 + 3 + 3$ ),
- en marquant deux essais non transformés et un drop ou une pénalité ( $13 = 5 + 5 + 3$ ).

1. Déterminer toutes les façons de marquer 17 points au rugby.
2. Jérôme prétend que son équipe a marqué 21 points en réalisant deux essais et plusieurs drops. Est-ce possible ?
3. Pierre affirme que son équipe a marqué 39 points en réalisant deux essais et autant de drops que de pénalités. Est-ce possible ?
4. L'Australie a gagné la coupe du monde de rugby en 1999 en battant la France sur le score de 35 à 12. Deux essais ont été réalisés au cours du match et aucun drop n'a été marqué. Combien de pénalités a marqué chaque équipe ?

### Solution

1. Il y a trois façons de marquer un total de 17 points au rugby :

- ◇  $17 = 7 + 7 + 3$  deux essais transformés et un drop ou une pénalité,
- ◇  $17 = 7 + 5 + 5$  trois essais, un transformé et deux non transformés,
- ◇  $17 = 5 + 3 + 3 + 3 + 3$  un essai non transformé et quatre drops ou une pénalités.

2.  $21 = 7 + 7 + 7$  : si deux essais transformés sont marqués (14 points), les 7 points restants sont marqués à l'aide de drops ou de pénalités. C'est impossible.

$21 = 5 + 5 + 11$  : si deux essais non transformés sont marqués (10 points), les 11 points restants sont marqués à l'aide de drops ou de pénalités. C'est impossible.

$21 = 7 + 5 + 9$  : si un essai transformé et un essai non transformé ont été réalisés (12 points), les 9 points restants ont pu être marqués à l'aide de trois drops ou pénalités. L'équipe de Jérôme a donc pu marquer 21 points en réalisant deux essais et plusieurs drops.

3.  $39 = 7 + 7 + 25$  : si deux essais transformés sont marqués (14 points), les 25 points restants sont marqués à l'aide de drops ou de pénalités. C'est impossible.

$39 = 5 + 5 + 29$  : si deux essais non transformés (10 points), les 29 points restants sont marqués à l'aide de drops ou de pénalités. C'est impossible.

$39 = 7 + 5 + 27$  : si un essai transformé et un essai non transformé ont été réalisés (12 points), les 27 points restants ont pu être marqués à l'aide de neuf drops ou pénalités. L'équipe de Pierre n'a donc pas pu marquer 39 points en réalisant deux essais et le même nombre de drops et de pénalités.

4.  $12 = 7 + 5$  : si la France a marqué les deux essais (un transformé et un non transformé), l'Australie a marqué 35 points à l'aide de drops ou de pénalités. C'est impossible.

La France n'a pas pu marquer un seul essai.

L'Australie a donc marqué les deux essais et la France a marqué 4 drops ou pénalités.

Enfin,  $35 = 7 + 7 + 21$  : l'Australie a donc marqué 7 drops ou pénalités. 11 drops ou pénalités ont donc été marqués au cours de ce match.

## Exercice n° 4 (Séries ES, L et Technologiques)

### Enoncé

#### Chaud devant !

Deux des unités de mesure de température sont le degré Celsius (largement utilisé en Europe) et le degré Fahrenheit (toujours utilisé aux Etats-Unis et dans certains pays anglophones).

On considère le tableau de correspondance suivant entre des mesures de températures exprimées en degrés Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ) et en degrés Fahrenheit ( $^{\circ}\text{F}$ ) :

| $^{\circ}\text{C}$ | $^{\circ}\text{F}$ |
|--------------------|--------------------|
| 110                | 230                |
| 100                |                    |
| 90                 |                    |
| 80                 |                    |
| 70                 |                    |
| 60                 |                    |
| 50                 |                    |
| 40                 |                    |

| $^{\circ}\text{C}$ | $^{\circ}\text{F}$ |
|--------------------|--------------------|
| 30                 |                    |
| 20                 |                    |
| 10                 | 50                 |
| 0                  |                    |
| -10                |                    |
| -20                |                    |
| -30                |                    |

Par définition de ces deux unités de mesure, les **accroissements** de températures exprimées en degrés Celsius sont proportionnels aux **accroissements** de températures exprimées en degrés Fahrenheit.

1. Recopier et compléter le tableau précédent. Expliquer la démarche.

2. Un jour d'été, on a mesuré une température de 36 degrés Celsius.  
Déterminer la valeur correspondante en degrés Fahrenheit.
3. Le titre « *Fahrenheit 451* » du célèbre roman de Ray Bradbury fait référence à la température, exprimée en degrés Fahrenheit, à laquelle le papier commence à brûler spontanément au contact de l'air.  
A quelle température, exprimée en degrés Celsius, le papier commence-t-il à brûler spontanément au contact de l'air ?
4. Plus généralement, si une même température vaut  $x$  degrés Celsius et  $y$  degrés Fahrenheit, quelle relation y a-t-il entre  $x$  et  $y$  ?

## Solution

1. D'après le tableau, un accroissement de  $100^{\circ}\text{C}$  correspond à un accroissement de  $180^{\circ}\text{F}$ , chaque accroissement de  $10^{\circ}\text{C}$  correspond à un accroissement de  $18^{\circ}\text{F}$ . On obtient le tableau suivant :

| $^{\circ}\text{C}$ | $^{\circ}\text{F}$ | $^{\circ}\text{C}$ | $^{\circ}\text{F}$ |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 110                | 230                | 30                 | 86                 |
| 100                | 212                | 20                 | 68                 |
| 90                 | 194                | 10                 | 50                 |
| 80                 | 176                | 0                  | 32                 |
| 70                 | 158                | -10                | 14                 |
| 60                 | 140                | -20                | -4                 |
| 50                 | 122                | -30                | -22                |
| 40                 | 104                |                    |                    |

2. En considérant les variations de température, on obtient le tableau de proportionnalité suivant :

|                    |    |           |
|--------------------|----|-----------|
| $^{\circ}\text{C}$ | 10 | $36 - 10$ |
| $^{\circ}\text{F}$ | 18 | $y - 50$  |

Il vient  $y = 96,8$ .

3. On considère le tableau de proportionnalité suivant :

|                    |    |             |
|--------------------|----|-------------|
| $^{\circ}\text{C}$ | 10 | $x - 100$   |
| $^{\circ}\text{F}$ | 18 | $451 - 212$ |

Il vient :  $x = \frac{2\,095}{9} = 232,78^{\circ}\text{C}$  arrondi à  $10^{-2}$  près.

4. En considérant le tableau de proportionnalité suivant :

|                    |    |          |
|--------------------|----|----------|
| $^{\circ}\text{C}$ | 10 | $x - 0$  |
| $^{\circ}\text{F}$ | 18 | $y - 32$ |

Il vient :  $y = 1,8x + 32$ .