

MONTPELLIER

Exercice n° 1

Énoncé

Le cochonnet

Trois boules sphériques identiques reposent sur un sol plan, elles se touchent deux à deux et touchent également le cochonnet, petite boule qui repose également sur le sol.

Les boules ont un diamètre de 78 millimètres, quel est le diamètre du cochonnet ?

Solution

Il faut dans un premier temps travailler en projetant orthogonalement sur le plan du sol ; les centres des trois boules se projettent suivant les sommets d'un triangle équilatéral de côté 78 mm, le centre du cochonnet se projette au centre de gravité de ce triangle, la distance entre le projeté du centre du cochonnet et celui d'une boule est donnée par $d = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 78$.

Dans un plan vertical contenant le centre d'une boule et celui du cochonnet on applique le théorème de Pythagore dans la figure formée par deux cercles tangents de rayons R et r qui ont une tangente commune, où d représente la distance entre les points de tangence : $(R + r)^2 = (R - r)^2 + d^2$, ce qui nous donne après calcul $r = \frac{d}{2}$ soit dans notre problème 39 mm..

Exercice n° 2

Enoncé

Prenons de la hauteur

Etant données trois droites dans le plan, on cherche s'il existe des triangles dont ces droites sont les hauteurs.

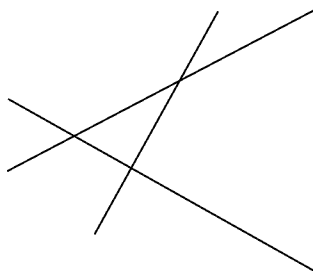
Dans chacun des cas présentés ci-dessous :

Existe-t-il un triangle solution ?

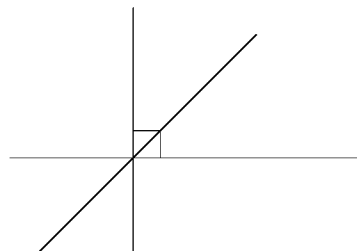
Si oui, donner une procédure de construction d'un triangle solution et justifier.

Peut-on trouver plusieurs solutions ?

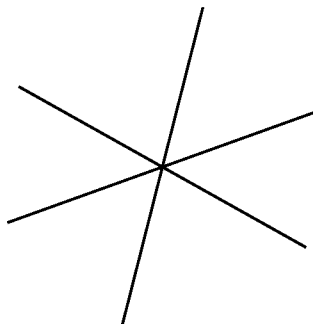
Cas 1 :



Cas 2 :



Cas 3 :



Solution

Les hauteurs d'un triangle sont concourantes.

Pas de solution pour *le cas 1*.

Dans *le deuxième cas*, appelons (d) et (d') les deux droites perpendiculaires et (d'') la troisième droite, et O le point d'intersection des trois droites. Prenons un point A sur (d) et non sur (d') , un des côtés est perpendiculaire à la droite (d'') , ce qui détermine de façon unique le deuxième sommet B sur la droite (d') , le triangle ABO est une solution.

Dans *le troisième cas* on procède comme au second, on prend un point arbitraire A différent de O sur une des trois droites (d) par exemple, on mène la perpendiculaire à (d') qui coupe (d'') en B , la perpendiculaire à (d) passant par B coupe (d'') en C le triangle ABC est une solution du problème, parce que la droite (d'') qui passe par B et par deux hauteurs du triangle ABC , est nécessairement la troisième hauteur.

Dans les deux derniers cas, il existe une infinité de solutions qui se déduisent l'une de l'autre par une homothétie de centre O .