

GRENOBLE

Exercice n° 1

Enoncé

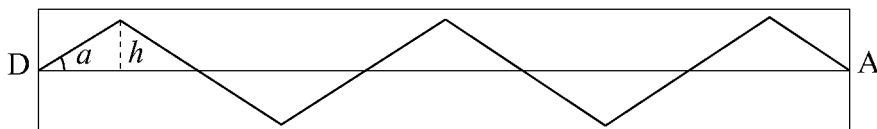
Le cycliste

Un cycliste doit, pour arriver à sa maison, gravir un chemin rectiligne de 100 m de long et de 3,48 m de large faisant un angle constant avec l'horizontale.

Trouvant la pente trop difficile il décide en partant du point D au milieu du chemin de zigzaguer en conservant un angle constant a , non nul, avec l'axe du chemin et une amplitude constante pour arriver en A au milieu du chemin. Sachant qu'il veut monter la côte en parcourant 200m,

1. Quel angle a doit-il prendre au départ ?
2. Quelle amplitude maximale $2h$ peut-il adopter ?

La figure ci-dessous n'est évidemment pas à l'échelle :



Pistes de solution

1. Pour faire le double de la distance il faut faire des triangles équilatéraux donc il faut prendre un angle de 60° .

2. Si on a n triangles équilatéraux la hauteur de chaque triangle est : $\frac{100}{n}\sqrt{3}$.

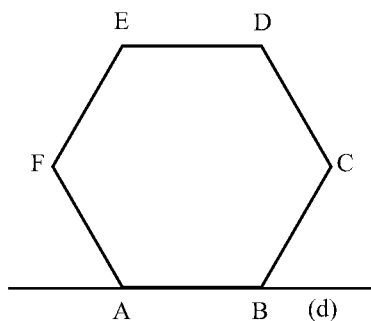
Il faut donc que $\frac{100}{n}\sqrt{3} \leq 1,74$ donc $n \geq 200$. La plus grande amplitude possible est donc : $2h = 2\sqrt{3}$.

Exercice n° 2 (séries L et ES)

Enoncé

La roue hexagonale

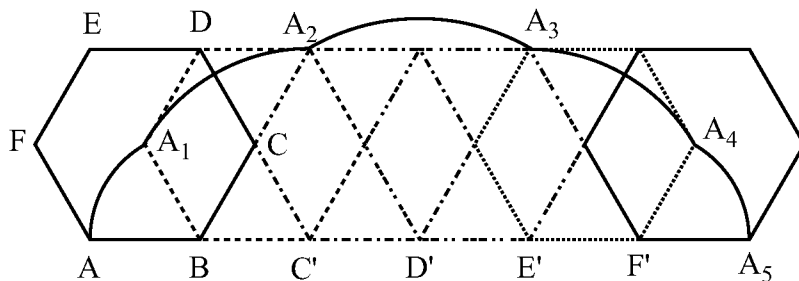
Soit $ABCDEF$ un hexagone régulier de côté a , tel que A et B appartiennent à la droite (d) .



On fait rouler cet hexagone sur la droite (d) toujours dans le même sens.

1. Tracer la trajectoire (T) du sommet A jusqu'au moment où A se trouve à nouveau sur (d) . On pourra prendre 2 cm pour longueur du côté de l'hexagone.
2. Exprimer en fonction de a , la distance parcourue par le point A .

Corrigé rapide



La trajectoire est obtenue par rotations d'angle $-\pi/3$ (ou $\pi/3$) et de centres respectifs les sommets de l'hexagone.

Le point A décrit cinq arcs de cercles qui sont des sixièmes de cercles.

$AB = AF = a$; $AC = AE = a\sqrt{3}$; $AD = 2a$.

Distance parcourue par le point A :

$$\frac{2\pi}{6} \left(a + a\sqrt{3} + 2a + a\sqrt{3} + a \right) = \frac{2a\pi}{3} \left(2 + \sqrt{3} \right).$$

Remarque : si les rotations s'effectuent dans le sens direct, il y a six étapes, le point A étant fixe lors de la première rotation.

Exercice n° 3 (séries S et STI)

Enoncé

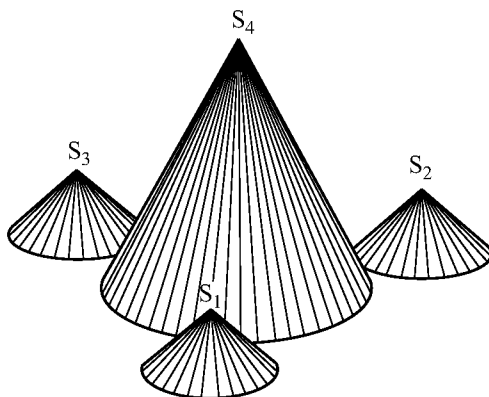
Les cônes

Quatre cônes sont posés sur le sol.

Les trois cônes de sommets S_1 , S_2 et S_3 sont identiques.

Leur hauteur est égale au rayon r de leurs cercles de base et les centres de ces cercles sont les sommets d'un triangle équilatéral de côté 1.

La hauteur du cône de sommet S_4 est égale au diamètre de son cercle de base et celui-ci est tangent extérieurement aux cercles de base des trois autres cônes.

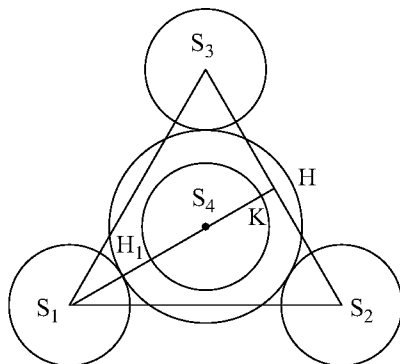


Les quatre cônes sont opaques. Quelle condition doit vérifier r pour que, depuis le sommet de chacun des quatre cônes, les trois autres sommets soient visibles.

Proposition de solution

Le problème se ramène à la question suivante : « à quelle condition sur r le point S_3 est-il visible depuis S_2 ? »

La construction n'est possible que si $r < 0,5$ (on suppose ici que le cône de sommet S_4 n'est pas réduit à un point). On travaille dans la vue de dessus.



Le rayon R du cercle de base du cône de sommet S_4 est égal à $\frac{\sqrt{3}}{3} - r$.
La ligne de niveau r sur le cône de sommet S_4 est le cercle C de centre S_4 et de rayon $R - 0,5r$.

Construisons le projeté orthogonal H de S_4 sur (S_2S_3) et l'intersection K de C avec la demi-droite $[S_4H]$.

Dire que le point S_3 est visible depuis S_2 , c'est dire que K est un point du segment $[S_4H]$.

Cette condition s'écrit $\left(\frac{\sqrt{3}}{3} - r\right) - \frac{1}{2}r < \frac{\sqrt{3}}{6}$, soit $r > \frac{\sqrt{3}}{9}$.

La condition cherchée est donc $\frac{\sqrt{3}}{9} < r < \frac{1}{2}$.