

COMMENTAIRES

1. de l'équipe académique

La première question a été souvent traitée par les candidats. Les questions suivantes ont été résolues par les candidats ayant pensé à utiliser la notion d'aire ; dans les autres copies, seules quelques sommes particulières ont été calculées.

2. de l'équipe « brochure »

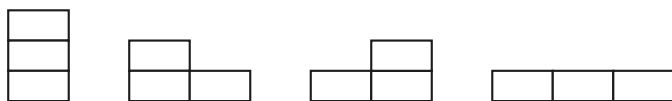
1. Exercice simple, efficace pour valoriser l'outil « aires », de surcroît progressif, fort bienvenu.
2. La méthode demeure pour un polygone convexe non régulier.
3. Elle peut être étendue aux polygones convexes circonscrits à un cercle. Ainsi obtient-on, par exemple, la classique formule $S = pr$ qui lie, pour un triangle, l'aire, le demi-périmètre et le rayon du cercle inscrit.
4. On peut généraliser à l'espace, avec des volumes...

DEUXIÈME SUJET ACADÉMIQUE (Exercice n° 3)

ÉNONCÉ

Pour n , entier naturel non nul, on construit un mur d'un seul tenant à l'aide de n briques posées au sol ou sur une autre brique.

Par exemple, pour $n = 3$, il y a 4 murs possibles :



Combien y a-t-il de murs à n briques ?

SOLUTION

Notons u_n la suite définie par le nombre de murs à n briques.

Pour $n = 1$, il n'y a qu'un seul mur donc $u_1 = 1$. On remarque que tout mur de n briques s'obtient à partir d'un mur construit avec $n - 1$ briques en posant soit une brique au-dessus de la colonne la plus à droite, soit une brique à droite de la colonne la plus à droite. On peut donc construire deux nouveaux murs de n briques à partir d'un mur de $n - 1$ briques. On en déduit la relation de récurrence : $u_n = 2u_{n-1}$ et $u_n = 2^n$.

COMMENTAIRES

de l'équipe académique

Beaucoup de candidats conjecturent la bonne formule mais sans la démontrer. Très peu de démonstrations rigoureuses ont été faites. On peut remarquer que les candidats ont le réflexe d'étudier des cas particuliers pour conjecturer ce qui se passe dans le cas général, ce qui aboutit parfois à des formules très fantaisistes.

de l'équipe « brochure »

Le « on remarque » du corrigé précédent ne semble pas aller de soi ! Peut-être le comprend-on mieux si l'on remarque que tout mur de n briques peut s'écrire, b étant une brique et b^α une colonne de α briques, $b^\alpha b^\beta b^\gamma \dots b^\epsilon b^\mu$ ou $b^{\alpha+1} b^\beta b^\gamma \dots b^\epsilon b^{\mu-1}$ (ou, si $\mu = 1$, $b^{\alpha+1} b^\beta b^\gamma \dots b^\epsilon$).

On peut donc « compacter » un mur de n briques en enlevant une brique à droite si elle est unique ou en diminuant la dernière colonne d'une brique. On retrouve un mur « connu ». A partir d'un mur $b^i \dots b^j$ donné, compactons comme ci-dessus. On peut ensuite augmenter le mur d'une brique en « décompactant » de deux façons...

Mais cela est-il plus convaincant ??

ANNEXES

1. Participation

20 filles, toutes de 1^{ère} S

41 gérçons, 40 de S, 1 de ES.

Palmarès

Premier prix

- | | | |
|----|----------------|--|
| 1. | Esther ELBAZ | lycée Jeanne d'Arc (Mulhouse) |
| 1. | Vincent DANNER | lycée Henri Meck (Molsheim) |
| 1. | Jonathan VOGEL | lycée Fustel de Coulanges (Strasbourg) |
| 1. | Michael ULRICH | Gymnase Jean Sturn (Strasbourg) |

Et six « Deuxième prix », le premier du lycée de Berlin.