

jusqu'à arriver à 1953, 1984 ou 2015.

Un élève a reconnu avoir réalisé 70 lignes de calculs pour arriver au résultat (en l'occurrence exact!).

Tous ces observateurs en herbe ont extrapolé (certains de manière malheureuse) sans jamais justifier réellement. Mais nous n'avons pu leur en tenir rigueur.

Le temps viendra un jour pour eux de prendre conscience de la nécessité de justifier leur extrapolation... et de s'extasier par l'économie apportée dans leurs calculs par la théorie.

Notre bonheur a été de noter, une fois de plus, les trésors d'imagination développés par les candidats.

Notre regret est de constater, une fois de plus, que leur «boîte à outils» est trop peu fournie! et pourtant, que d'attentes chez eux!...

René Ligier, pour la cellule académique de Besançon.

N.D.L.R. Le «pattern» proposé ici est un classique très intéressant. On le retrouve dans le PLOT n° 3, page 7, en éloge d'une recherche de symétrie qui fait émerger le terme médian.

La question 3 est plus originale.

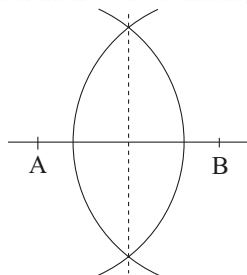
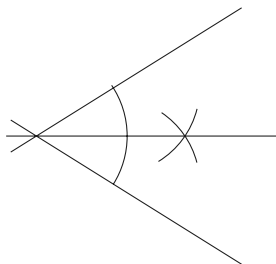
DEUXIÈME SUJET ACADÉMIQUE

ÉNONCÉ (exercice n° 2)

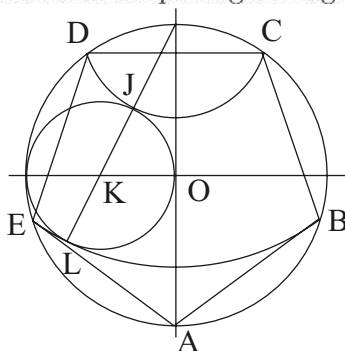
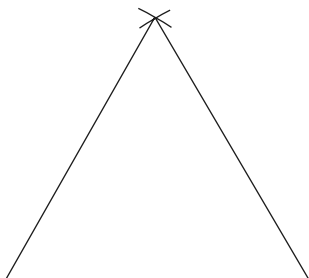
Avec un compas et une règle non graduée, on peut faire beaucoup de choses ; ainsi...

on sait tracer...

la bissectrice de deux droites ... la médiatrice de deux points



... un triangle équilatéral Et même ... un pentagone régulier.



On sait faire bien d'autres choses encore, mais pas tout ...

Ainsi, les Grecs ont en vain essayé une méthode de la trisection de l'angle : au lieu de diviser un angle en deux parties égales (la "bissection"), ils voulaient diviser l'angle en trois parties égales (la "trisection").

Il a fallu attendre beaucoup plus tard (XIX^e siècle) pour démontrer que ce n'est pas toujours possible : par exemple, il est impossible avec une simple règle non graduée et un compas de partager un angle de 60° en trois parties égales.

Ayant pu tracer un triangle équilatéral, on sait donc, avec une règle et un compas, tracer un angle de 60° .

On dit qu'un angle de 60° est "**constructible à la règle et au compas**".

En utilisant tous les renseignements donnés dans la représentation précédente, répondez aux questions suivantes :

Question 1 : peut-on construire à la règle et au compas un angle de 45° ? de 10° ?

Question 2 : quel est le plus petit angle non nul dont la mesure est un nombre entier positif de degrés et qui est "constructible à la règle et au compas" ?

SOLUTION

Avant de commencer

L'énoncé prenait des allures de jeu de piste.

Il permettait de rappeler à l'élève qu'on sait partager un angle en deux

parties égales (bissectrice, figure 1), tracer un angle droit (médiatrice, figure 2) ou un angle de 60° (triangle équilatéral, figure 3).

Il faisait découvrir éventuellement (figure 4) la construction du pentagone derrière lequel se cache un angle au centre de 72° ($360/5$).

Le paragraphe historique lui apprenait qu'on ne savait pas effectuer la trisection de certains angles, comme par exemple de 60° .

Ainsi, 20° n'est pas constructible à la règle et au compas.

Question 1 :

1 - On obtient l'angle droit par le tracé de la médiatrice de deux points. Puis, par la bissectrice de cet angle droit, deux angles de 45° .

45° est donc constructible à la règle et au compas.

2 - Si on pouvait construire 10° à la règle et au compas, on pourrait construire 20° en doublant l'angle précédent (par un report d'angle). Ce qui n'est pas le cas.

10° n'est donc pas constructible à la règle et au compas.

Question 2 :

Par soustraction, on peut construire un angle de $72^\circ - 60^\circ = 12^\circ$.

Puis, par deux bissectrices, on obtient un angle de 3° .

On ne peut pas faire mieux car si on pouvait construire 1° ou 2° , on pourrait construire, par reports d'angle, 20° (20 fois 1° , ou 10 fois 2° , ou...), ce qui n'est pas le cas.

COMMENTAIRES

Il suffisait de mettre en oeuvre, à partir des angles connus comme constructibles, deux procédés pour en obtenir d'autres : la **bissection** et la **soustraction**.

Si le premier a été toujours vu, il n'en a pas été de même du second.

Parmi les angles connus, ceux obtenus par le pentagone ont posé problème : beaucoup d'élèves ont considéré (cher rapporteur !...) que l'angle au sommet du pentagone avait pour mesure 110° , ce qui changeait fortement la donne !...

Enfin, la non constructibilité de 10° et le caractère minimal pour 3° reposaient sur le raisonnement par l'absurde. Procédé très peu utilisé !

Pour 10° , les élèves faisaient bien référence à 20° (ce qui traduisait une bonne interprétation de l'énoncé) et écrivaient : « comme 20° n'est pas constructible, 10° ne l'est pas non plus », mais en faisant référence au

principe de bisection ($20/2=10$) et non de report ($10 + 10 = 20$). C'est évidemment une erreur de raisonnement.

Deux candidats ont clairement mis en place le raisonnement par l'absurde (un pour la non-constructibilité de 10° , l'autre pour le caractère minimal de 3°).

Une certaine déception pour cet exercice dont la partie essentielle reposait sur la logique. Il semble que, de ce côté-là, il y ait du travail à faire dans nos classes !

ANNEXE

1. En tête des sujets figuraient ces fort intéressantes « **RECOMMANDATIONS :** »

Il est important d'argumenter ses propositions.

Même s'il n'aboutit pas à la solution complète d'une question, le candidat est invité à décrire sa démarche, un résultat, même partiel pouvant avoir son intérêt. De même, si un candidat découvre une erreur dans ses résultats ou sa démarche, il est bon qu'il l'explique.

REMARQUES GÉNÉRALES ET STATISTIQUES

par René LIGIER

Juste quelques chiffres en guise de bilan :

- 133 candidats étaient inscrits, 99 ont composé.

- 14 des 36 lycées de l'académie ont été représentés.

6 centres de concours : Besançon, Belfort, Poligny, Montbéliard, Lure et Morez.

- 29 copies ont été classées : 11 prix, 10 premiers accessits, 8 seconds accessits.

Les candidats ont été dans l'ensemble intéressés.

Les deux sujets académiques ont été plus abordés que les nationaux et ont permis une sélection ; très peu d'élèves ont abordé l'exercice national de géométrie (pliage). Nous aurions eu du mal avec les deux exercices nationaux à obtenir un classement significatif.

La correction a été, cette fois encore, l'occasion rêvée de pratiquer la double et parfois quadruple correction...et constater que, parfois, une double correction ne suffit pas.

Le chiffre de participation est très stable. Mais encore trop peu d'éta-

blissements (14 sur 36) envoient des candidats. Les lycées réputés dans l'académie n'ont toujours pas envoyé de candidats après quatre années ! (Mais quatre lycées ont envoyé respectivement 14, 15, 18 et 20 candidats). L'information a du mal à passer malgré une très forte implication de nos I.P.R. Des blocages subsistent.

Voici les PREMIERS PRIX

1 ^{er} prix :	Simon SLAWSKI - Lycée Notre-Dame - Belfort.
2 ^{ème} prix :	François CHAMPEMONT - Lycée Ledoux - Besançon.
3 ^{ème} prix :	Mehdi BOUAZIZ - Lycée Lumière - Luxeuil les Bains
	Caroline PAES - Lycée Victor Hugo - Besançon
	Florian DECONNICK - Lycée Victor Hugo - Besançon.