

ACADÉMIE DE VERSAILLES

Dans tout ce qui suit, les polygones considérés sont convexes ; pour chaque sommet S d'un polygone, on notera $\hat{S}$ l'angle intérieur $\widehat{RST}$, où R et T sont les sommets voisins de S .

1. Soit $ABCD$ un quadrilatère tel que :

- La diagonale $[AC]$ divise chacun des angles $\hat{A}$ et $\hat{C}$ en deux angles égaux,
- La diagonale $[BD]$ divise chacun des angles $\hat{B}$ et $\hat{D}$ en deux angles égaux.

a) Prouver que $ABCD$ est un losange.

b) Le losange $ABCD$ est-il nécessairement un carré ?

2. Soit maintenant le pentagone $ABCDE$ tel que les deux diagonales issues du sommet A (respectivement B, C, D et E) divisent l'angle $\hat{A}$ (respectivement $\hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$ et $\hat{E}$) en trois angles égaux.

Prouver que $ABCDE$ est un pentagone régulier.

3. Soit enfin $A_1A_2\dots A_{2003}$ un polygone à 2003 sommets tel que, pour chaque sommet A_i , les 2000 diagonales issues de A_i divisent l'angle $\hat{A}_i$ en 2001 angles égaux.

Prouver que le polygone $A_1A_2\dots A_{2003}$ est un polygone régulier.