

Solution

Remarque : La solution est largement inspirée de la copie d'un candidat.

Chaque ligne de la pyramide contient 2 cases de plus que la ligne précédente, ainsi, si on additionne le nombre de cases de chaque ligne depuis la première jusqu'à la $n^{\text{ième}}$ comprise, cette somme est égale à :

$$S = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$$

On reconnaît la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique de raison 2 et de premier terme 1, donc :

$$S = n \times \frac{1 + (2n - 1)}{2} = n^2.$$

Ainsi la dernière case de la $n^{\text{ième}}$ ligne contient le nombre n^2 et sa première case contient le nombre $(n - 1)^2 + 1$.

On en déduit aussi que la première case de la $k^{\text{ième}}$ colonne à droite de la colonne « centrale » incluse contient le nombre k^2 .

Or on a l'encadrement : $44^2 + 1 < 2003 < 45^2$
(c'est-à-dire $1937 < 2003 < 2025$).

Le nombre 2003 est dans la 45^{ième} ligne, qui est repérée par le nombre 1937.

Cette ligne contient par conséquent les nombres de 1937 à 2025, sa case centrale contient le nombre 1981.

Le nombre 2003 est par conséquent situé dans la 23^{ième} colonne à droite de la colonne « centrale » (incluse) qui est repérée par le nombre 23² c'est-à-dire par 529.

Conclusion : le nombre 2003 est repéré par le couple (1937 ; 529).

Commentaires

a) de l'équipe académique sur les prestations des élèves

« Globalement les candidats ont traité en détail les deux exercices numériques – dont celui-ci - ... »

« L'exercice a souvent été résolu de manière déductive, en "constatant" certains résultats, et en les acceptant alors comme avérés, mais sans les démontrer. »

b) de la rédaction de la brochure :

Voilà un bel exercice d'Olympiades : original, pas trop long, privilégiant l'observation, la déduction, et des démonstrations simples...

Un exercice où tout un chacun peut intervenir ... mais qui n'en exige pas moins quant à la rigueur du raisonnement...

Déroulement de l'épreuve, palmarès

Inscrits : 80.

Présents et primés : (aucun candidat en STI, STL, STT et SMS)

Niveau	Présents			Primés		
	Filles	Garçons	Total	Filles	Garçons	Total
1 ^{ère} S	21	32	53	2	7	9
1 ^{ère} Gca	2	5	7			
TOTAL	23	37	60	2	7	9

1^{er} prix exceptionnel :

	Yannick FENDRICH	lycée Y. Yourcenar	ERSTEIN
1 ^{er} :	Laurent PFEIFFER	lycée Freppel	OBERNAI
2 ^{ème}	Antoine FREYBURGER	lycée Freppel	OBERNAI
	Sophie RAJKOVIC	lycée L .Berger	STRASBOURG