

Solution

1. S'il existait un autre point qui coïncide sur les deux cartes alors, nécessairement, la distance entre ce point et Paris serait la même sur les deux cartes et, par suite, les deux cartes seraient à la même échelle. Ce qui n'est pas le cas.

2. Montrons qu'il y a un point fixe (c'est-à-dire un lieu géographique qui est superposé dans les 2 cartes). Pour cela, imaginons que l'on place sur la petite carte une troisième France encore plus petite qui soit à la petite ce que la petite est à la grande. Et ainsi de suite, on place de la même façon une quatrième carte sur la troisième, puis une cinquième sur la quatrième...

Il est clair que ce processus est convergent et qu'à la limite, il ne reste qu'un point qui est le point fixe.

3. Le petit carré est dans le quart inférieur gauche du grand ; donc F est dans le quart inférieur gauche du petit noté O'RST.^(*)

Appelons x et y les coordonnées de F qui sont les mêmes dans les deux repères.

On a : $x_{O'} < x < x_R$ c'est-à-dire $1,5 < x < 3$ obtenu par simple mesure au double décimètre.

$$y_S < y < y_T \quad \text{c'est-à-dire } 2,3 < y < 3,5$$

Donc, au cm près $x = 2,3$ et $y = 2,9$, ces coordonnées sont encore exactes au mm près dans le petit carré puisqu'il y a un rapport 1/10 entre les deux carrés. Par conséquent, **le point F' (2,3 ; 2,9) dans le petit carré est situé à moins d'un mm de F.**

(Attention : les points (2,3 ; 2,9) dans le grand et le petit carré ne coïncident, a priori, pas et même peuvent être distants de plus d'un mm).

Il faut ensuite **re-mesurer les coordonnées de F' dans le grand carré** et on obtient les coordonnées de F au mm près.

On trouve $\boxed{F(1,8 ; 2,9)}$ au mm près.

Remarque : Le point fixe calculé à l'aide de la similitude qui transforme O en O'(1,5 ; 2,9) de rapport 0.1 et d'angle $\text{Arctan} \left(\frac{y_{A'} - y_{O'}}{x_{A'} - x_{O'}} \right) \approx \text{Arctan}(-0,9333)$ a pour affixe $z_F = 1,838 + 2,993 i$ soit F(1,838 ; 2,993).

Commentaire de la rédaction de la brochure

Voilà un exercice TRES intéressant, original pour beaucoup : il est souhaitable et passionnant d'avoir traité un tel exercice dans la scolarité de première ou terminale et savouré la solution...

Encore serait-il souhaitable de décrypter un peu celle-ci. Essayons :

Après avoir borné x et y , coordonnées de F, comme indiqué, le « donc » attribue à F les moyennes des bornes. Les coordonnées de F sont ainsi définies à 1 cm près. En attribuant ces coordonnées à un point F' dans le repère du petit carré O'A'B'C', le point F' est ainsi voisin de F à 1 mm près. Il suffit bien alors de mesurer les coordonnées de F' dans le grand repère pour avoir une

(*) N.D.L.R. : Si on ne veut pas changer les notations des lignes qui suivent, il s'agit plus vraisemblablement du carré O'SRT, avec S sur [O'A'].

approximation de F à 1 mm près. Cela explique la démarche, qui joue habilement sur la réduction 1/10, ainsi que la remarque : « Attention :... ».

Commentaire de F. Lo Jacomo

La seconde question ne me semble pas très bien rédigée. Telle qu'elle est posée, je la comprends comme une question d'unicité (identique à la première question) alors qu'elle porte essentiellement sur l'existence. J'aurais préféré : "pourquoi existe-t-il un et un seul lieu géographique qui soit superposé dans ces deux cartes ?". Par ailleurs, dans la solution de la troisième question, on ne précise pas où sont R, S et T, mais l'encadrement de x et y doit se faire par deux extrémités d'une diagonale de ce petit carré, et non deux extrémités d'un côté.

Les inscrits et leur répartition :

Départ.	Nbre	Public	Privé	Filles	Garçons	S	STI	STT
22	43	28	15	14	29	43		
29	76	22	54	19	57	67	9	
35	61	43	18	15	46	60		1
56	59	11	48	27	32	57	2	
TOTAL	239	104	135	75	164	227	11	1

Les présents et leur répartition :

Départ.	Nbre	Public	Privé	Filles	Garçons	S	STI	STT
22	23	12	11	8	15	23		
29	64	16	48	12	56	59	5	
35	36	21	15	11	25	36		
56	35	11	24	18	17	33	2	
TOTAL	158	60	98	49	113	151	7	

Les élèves du privé représentent 56% des inscrits, 62% des présents et 50% des classés.

Les filles représentent 31,3% des inscrits, 31% des présents et 19% des classés.

Palmarès

1^{er} prix	Edouard GRAVE	lycée St Louis	Lorient
2^{ème} prix	Yvan MADEC	lycée St Joseph	Bruz
3^{ème} prix	Lucas BAIRE	lycée La Fontaine des eaux – Dinan	