

Solution

1° Le pignon B tourne $\frac{96}{4} = 24$ fois moins vite que le pignon A. Le pignon B tourne de même 60 fois moins vite que le pignon C qui tourne 60 fois moins vite que le pignon D.

$24 \times 60 \times 60$ est justement le nombre de secondes dans une journée.

Le pignon D fait un tour par jour.

2° En notant b, c, d le nombre de dents des grandes roues, on doit avoir :

$$b \times c \times d = 96 \times 240 \times 240 = 2^{13} \times 3^3 \times 5^2 = 5\,529\,600.$$

Or, $b = 100$, donc $c \times d = 2^{11} \times 3^3$. De plus, $d \geq c \geq 100$ donc $100 \leq c \leq \sqrt{2^{11} \times 3^3}$ soit $100 \leq c \leq 235$.

Tous les cas possibles pour c sont donc :

$c = 2^7 = 128$ et $d = 2^6 \times 3^3 = 432$ ensuite $c = 2^8 = 256 > 235$ est non valable.

$c = 2^6 \times 3 = 192$ et $d = 2^5 \times 3^2 = 288$, ensuite $c = 2^7 \times 3 = 384 > 235$ non valable.

$c = 2^4 \times 3^2 = 144$ et $d = 2^7 \times 3 = 384$, ensuite $c = 2^7 \times 3^2 = 288 > 235$ non valable.

$c = 2^2 \times 3^3 = 108$ et $d = 2^9 = 512$

$c = 2^3 \times 3^3 = 216$ et $d = 2^8 = 256$, ensuite $c = 2^4 \times 3^3 = 432 > 235$ non valable.

Il y a donc cinq dispositifs possibles avec pour nombre de dents des grandes roues : (100, 128, 432), (100, 192, 288), (100, 144, 384), (100, 108, 512) et (100, 216, 256).

N.D.L.R.

C'est un joli exercice mais qui demande d'abord une bonne compréhension des engrenages, notamment à la dernière des quatre consignes du 2°. Il aurait été intéressant de connaître les réactions des élèves.