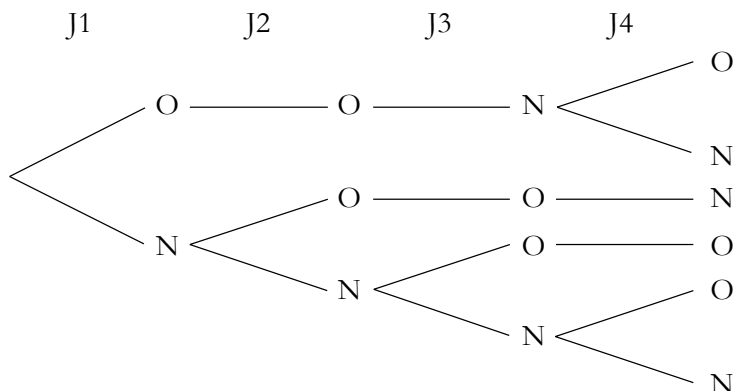


Solution

1. Facile : 2 démarches, l'une révisant le premier jour, l'autre dans le cas contraire.
2. 2^{10} puisque chaque jour 2 démarches sont possibles.
3. Chaque jour on révisé : O ou on ne révisé pas : N. On peut construire un arbre des possibilités :



Soit u_n le nombre de possibilités le jour n , soit x_n le nombre de N le jour n et soit y_n le nombre de O le jour n . Il est évident que pour tout entier naturel n , on a : $u_n = x_n + y_n$.

Chaque O, le jour n , engendre un unique N à l'étape $n + 2$. Chaque N à n'importe quel jour engendre un unique N deux jours plus tard. D'où :

$$x_{n+2} = y_n + x_n = u_n.$$

Chaque N, le jour n engendre le jour suivant un O (qui donne un O le jour $n + 2$) et un N qui, le jour $n + 2$ engendre un O et un N. D'où :

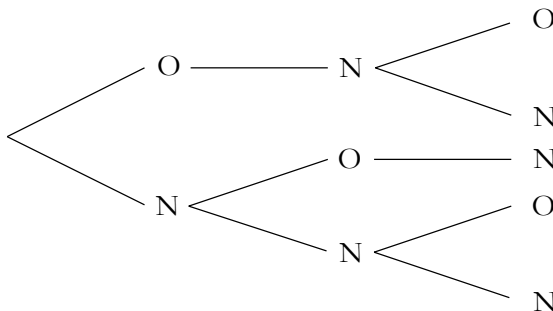
$$y_{n+2} = x_n + x_{n+1}.$$

On en déduit : $u_{n+2} = x_{n+2} + y_{n+2} = u_n + x_{n+1} + x_n = u_n + u_{n-1} + u_{n-2}$.

On obtient alors aisément :

N° du jour	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_n	1	1	2	3	4	6	9	13	19	28
y_n	1	2	2	3	5	7	10	15	22	32
u_n	2	3	4	6	9	13	19	28	41	60

4. Chaque jour on révise : O ou on ne révise par : N. On peut construire un arbre des possibilités :



Soit u_n le nombre de possibilités le jour n et soit x_n le nombre de N le jour n .
 $x_1 = 1$ et $u_1 = 2$.

On trouve pour $n > 1$, $x_{n+1} = u_n$ et $u_{n+2} = u_{n+1} + x_{n+1} = u_{n+1} + u_n$.

La suite (u_n) est de Fibonacci, d'où le tableau :

N° du jour	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_n	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89
u_n	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144

Commentaire de la rédaction

Joli exercice, progressif, qui conduit tout doucement vers les suites de Fibonacci.

Déroulement de l'épreuve, palmarès

374 inscrits, 264 présents, dans 14 centres. 20 primés :

1- Pierre BERTIN Lycée de Noordover GRANDE SYNTHE
 (a obtenu le 1^{er} prix national)

2- Pierre ROUSSEL Lycée Chatelet ST POL SUR TERNOISE
 (a obtenu le 1^{er} accessit national)

3- Anne-Claire HANOTTE Lycée Beaudimont-St Charles ARRAS