

ACADÉMIE DE CLERMONT-FERRAND

SUJET proposé par J.F. MALLORDY

On appelle « mot » n'importe quelle juxtaposition de lettres, prises parmi les vingt-six que compte l'alphabet, que ce « mot » ait une signification ou non.

On associe à chaque mot un couple de nombres de la manière suivante : au début, ce couple (x, y) vaut toujours $(0, 0)$. On considère alors les lettres du mot, les unes après les autres, de gauche à droite ; chaque lettre transforme le couple (x, y) selon la règle :

la lettre A change x en $x + 1$,

la lettre B change x en $x - 1$,

la lettre C change y en $y + 1$,

la lettre D change y en $y - 1$,

la lettre E change x en $x + 1$,

la lettre F change x en $x - 1$,

la lettre G change y en $y + 1$,

la lettre H change y en $y - 1$,

et ainsi de suite, en suivant l'ordre alphabétique.

Exemples : le mot « AD » donne le couple $(1, -1)$

le mot « JEU » donne le couple $(1, 0)$

le mot « BBAGC » donne le couple $(-1, 2)$.

1. Quel couple obtient-on avec le mot « LOGIQUE » ?
2. Combien existe-t-il de mots de deux lettres conduisant au couple $(1, 1)$?
3. Peut-on obtenir ce couple $(1, 1)$ avec un mot de dix lettres ? avec un mot de trente-sept lettres ?
4. Peut-on obtenir le couple $(4, 7)$ avec un mot de dix lettres ?

Olympiades Académiques de Mathématiques – Académie de Clermont-Ferrand