

Solutions

Première solution

1°) $15 \times 2 = 30$, $30 + 2 = 32$ et $32 \div 2 = 16$.

$168 \div 7 = 24$, $24 - 7 = 17$, $17 \times 7 = 119$ et $119 + 7 = 126$ ou encore

$168 + 7 = 175$, $175 \div 7 = 25$, $25 - 7 = 18$ et $18 \times 7 = 126$.

2°) En proclamant que l'addition et la soustraction, ainsi que la multiplication et la division sont des opérations inverses l'une de l'autre, on peut arriver de y à x en m étapes en effectuant à l'étape i , $1 \leq i \leq m$, l'opération inverse de celle effectuée à l'étape $m + 1 - i$ du passage de x à y .

3°) Le résultat de la question 2°) nous permet de supposer $x < y$.

En faisant $x \times n$, puis $x \times n + n$, puis $(x \times n + n) \div n$, on passe de x à $x + 1$ en 3

étapes. De la même manière, on passe de $x + 1$ à $x + 2$, ..., et enfin de $y - 1$ à y . Le passage de x à y est donc réalisable.

Autre solution (trouvée par trois élèves)

$$\text{Avec } x < y, \quad y = \frac{xn + (y - x)n}{n}.$$

Il est donc toujours possible d'obtenir y (puisque $(y - x)n$ revient à ajouter n autant que l'indique $y - x$).

Le 2°) permettant de s'en tenir à ce cas.

Sinon, les trois élèves ont remarqué que :

$$\text{si } x > y, \quad y = \frac{xn - (x - y)n}{n}.$$

Commentaires

de l'équipe académique :

La sélection s'est faite sur la question 3 « Cette question 3 a été correctement traitée par environ 12 élèves [sur 108] et les autres "solutions" ont été totalement fausses. Neuf de ces élèves ont prouvé d'abord qu'on pouvait toujours passer d'un nombre x à un nombre $x \pm 1$. Mais aucun élève n'a utilisé le résultat de la question 2 pour étudier seulement $x < y$. »

de l'équipe de rédaction de la brochure :

Voilà un joli exercice « d'à-propos » et de capacité de raisonnement original, de surcroît bien expliqué et bien construit.

La faiblesse du score de la question 3 surprend un peu.

L'exercice académique était proposé le premier :

Peut-être certains élèves, d'abord rebutés par la question, n'ont-ils pas insisté, préférant passer rapidement aux autres épreuves ?

Il serait intéressant de connaître les essais non aboutis réalisés par les élèves ... et le temps consacré à cette question.

Déroulement de l'épreuve

« Les Olympiades de cette année ont réuni 108 participants, soit 47 élèves de plus que l'année précédente. La progression est donc assez significative. »

Prestations des candidats et palmarès :

« Les quatre sujets ont manifestement inspiré les élèves, le bon remplissage des copies en atteste. Vu le caractère atypique des sujets, on peut dire que la qualité

des prestations a été bonne. Les premières questions de chaque exercice ont été correctement traitées par pratiquement tout le monde. La sélection s'est faite sur la question 3 de l'exercice académique, et, pour les sujets nationaux, sur :

- les questions 2b et 3 du deuxième sujet (posé en premier),
- les questions 3, 4 et 5 du troisième sujet (posé en deuxième),
- la qualité de la solution du premier sujet (posé en troisième).

QUINZE ÉLÈVES ONT ÉTÉ PRIMÉS

Voici les deux premiers détachés :

- Thibaud KIRCHNER 1^{ère} S Lycée Lumière, La Ciotat
- Charles-Henri KEMPENERS 1^{ère} S Lycée privé Lacordaire, Marseille.

(Thibaud KIRCHNER a obtenu le troisième prix national).

Les treize autres primés ont été affectés du même troisième rang académique. Dix sont de 1^{ère} S et 3 de 1^{ère} STT (tous trois du lycée Paul Cézanne d'Aix).

Statistique académique :

Niveau	présentés			primés		
	filles	garçons	total	filles	garçons	total
1 ^{ère} S	29	65	94	2	10	12
1 ^{ère} STL	1	1	2			
1 ^{ère} STT	4	8	12	0	3	3
TOTAL	34	74	108	2	13	15