

SOLUTION 1

de l'équipe académique

Soit s la somme des 2002 nombres écrits au départ. Quand on remplace les nombres choisis a et b de la liste par $a - b$ (ou $b - a$), la somme $a + b$ a même parité que $a - b$.

Donc la nouvelle somme s' a même parité que s . Et ainsi à chaque fois.

Donc le dernier nombre écrit qui n'est autre que la dernière somme obtenue a même parité que s .

La somme initiale est impaire, donc le dernier nombre écrit est impair.

SOLUTION 2

(géniale !) d'un élève

Remplaçant pair et impair par positif et négatif, et différence par produit, cet élève a mis en évidence un bel isomorphisme qui lui a permis de remplacer le problème proposé par le problème équivalent du signe d'un produit de 1001 facteurs positifs et 1001 facteurs négatifs ... signe que l'on sait négatif.

Le résultat des différences successives sera donc impair.

UNE AUTRE SOLUTION D'ÉLÈVE

Cet élève « remonte » à partir de conjectures sur le résultat final :

Supposons, par exemple, celui-ci pair.

En étudiant les parités des deux parents éventuels, puis celles des quatre grands-parents, et en remontant ainsi les générations, on constate que le nombre d'impairs, aléatoire en lui-même, est toujours pair : chaque impair existant provient d'un impair (associé à un pair) et chaque pair provient de deux impairs ou d'aucun.

La conjoncture initiale exige ainsi qu'il y ait, au départ des 2002 naturels, un nombre pair d'impairs.

Or il y en a 1001 : un raisonnement par contraposée donne la solution du problème.

On aurait pu, aussi, supposer le résultat final impair. En remontant les générations, on aura toujours un nombre impair d'impairs... ce qui correspond aux 1001 naturels impairs de la liste initiale.

COMMENTAIRE

Un joli exercice - à preuve les solutions trouvées par des élèves ! - mais le jury académique signale que « la plupart des candidats ont retranché les nombres dans l'ordre qui leur convenait, par exemple, deux nombres consécutifs, sans comprendre que le raisonnement devait se faire quel que soit le choix des nombres. »

Il conviendrait donc de préciser l'énoncé.

CANDIDATS ET LAURÉATS

Les candidats :

206 candidats : 142 garçons, 64 filles.

344 élèves étaient inscrits, on constate donc de très nombreux absents (est-ce dû à des activités concurrentes ?)

Les candidats sont répartis sur les huit départements : Ariège (4), Aveyron (41), Haute-Garonne (75), Gers (7), Lot (5), Hautes-Pyrénées (13), Tarn (53), Tarn-et-Garonne (8).

Les lauréats :

39 lauréats sont retenus eu égard aux productions. Ils proviennent de 21 lycées (sur les 112 de l'académie). Ils ont donné lieu à :

- 15 prix de « première valeur »,
- 24 prix au titre de la participation.

Tous les lauréats sont de série S, sauf le 16^{ème} (série STI-GM).

Voici les trois premiers :

1^{er} prix :	<i>Camille MOUCAUD</i>	lycée Clément Marot, Cahors
2^{ème} prix :	<i>Amic FROUVELLE</i>	lycée Rascol, Albi
3^{ème} prix :	<i>Vincent DEMERY</i>	lycée Victor Hugo, Colomiers

N.D.L.R. Nous félicitons notre précieux ami Roger DESQ, Président de la Régionale APMEP de Toulouse de 1971 à 1974, Directeur de l'IREM de 1976 à 1978, **toujours sur la brèche pour rendre service, avec efficacité et gentillesse, à l'A.P.M.E.P.,** ... en tant que grand-père du lauréat *Amic FROUVELLE* ... (sans oublier les parents, professeurs de mathématiques à Albi, et le lauréat lui-même !).