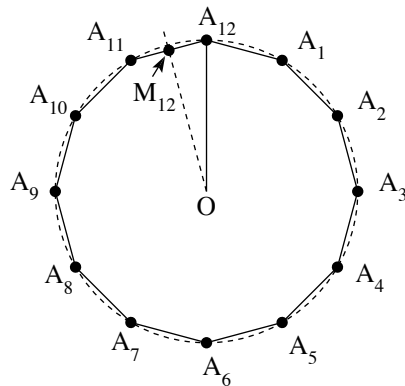


Question 1

La droite (A_5A_7) est parallèle à la droite $(A_{11}A_1)$. Les droites $(A_{11}A_1)$ et $(A_{11}A_2)$ constituent un angle inscrit de sommet A_{11} interceptant l'arc de cercle d'extrémités A_1 et A_2 . Sa mesure est donc la moitié de celle de l'angle au centre interceptant le même arc. Pour le dodécagone, l'angle au centre a une mesure de 30° . Celle de l'angle demandé est donc de 15° .



Question 2 :

Une clé : exploiter quand c'est possible les symétries d'une situation. Ici, pour éviter les risques d'oublier des paires de droites et de compter une même paire plusieurs fois, le plus sûr est de **se ramener au centre O du cadran**, qui est centre de symétrie de la figure.

Une droite joignant deux sommets du dodécagone est parallèle soit à une droite joignant O à un sommet du dodécagone, soit à une médiatrice d'un coté du dodécagone. Compte tenu de la symétrie par rapport à O , on peut même n'envisager que les demi-droites d'origine O , comme $[OA_{12})$ et $[OM_{12})$, et se limiter à considérer un demi-cercle (entre A_{12} et A_6 par exemple).

La réponse est 360 (Cf. plus bas).

COMMENTAIRES

1 - Du jury académique

« La première question a été résolue correctement par presque tous les candidats. Il était intéressant de constater la diversité des méthodes utilisées pour calculer l'angle demandé. Le théorème de l'angle inscrit est bien maîtrisé par les élèves.

Le dénombrement de la deuxième question a posé plus de problèmes. Malgré de bonnes idées (dénombrement de droites parallèles, de symétries ou de rotations), les élèves ont de la difficulté à voir s'ils ont tout compté et à s'assurer qu'ils n'ont rien compté plusieurs fois. »

2 - De deux pseudo-élèves

a) Il n'y a pas que “ les élèves ” à éprouver, pour le dénombrement demandé à la deuxième question, les difficultés signalées !

Je me hasarde :

- je prends les demi-droites $[OA_{12})$ et $[OM_{12})$, d'angle imposé.

Il y a 5 droites du type $A_i A_j$ parallèles à (OA_{12})

et 6 droites du type $A_i A_j$ parallèles à (OM_{12}) .

Cela ferait donc trente paires de droites faisant l'angle imposé.

- il y a 12 paires de demi-droites telles que $\{[OA_{12}), [OM_{12})\}$ proposant des directions distinctes (j'utilise aussi la symétrie du cercle par rapport à O).

Cela ferait donc $30 \times 12 = 360$ paires de droites $A_i A_j$ faisant entre elles l'angle imposé.

b) Voici le raisonnement de F.L.J., fort voisin :

Il y a 12 couples de droites du type $[(OA_n), (OM_n)]$ formant le même angle 15° , M_n étant le milieu de l'une des arêtes issues de A_n .

A toute paire de droites solution $\{(A_i A_j), (A_k A_l)\}$, j'associe les perpendiculaires à ces deux droites, soit un et seul des 12 couples ci-dessus.

Réciproquement, chaque droite (OM_n) est perpendiculaire à 6 cordes et chaque droite (OA_n) est perpendiculaire à 5 cordes. Donc chaque couple de droites $[(OA_n), (OM_n)]$ définit 30 solutions distinctes, il y a donc $12 \times 30 = 360$ possibilités au total.

PALMARÈS

- 17 lauréats-

Premiers prix :

Ileana JELESCU
Marie CASTERAN

lycée des Pontonniers, Strasbourg
lycée Bartholdi, Colmar

Deuxièmes prix :

François MAILLOT
Pierre BEAUREPAIRE
Anne-Catherine SUBLON
Antoine FENECH

lycée Scheurer Kestner, Thann
lycée Kléber, Strasbourg
lycée Marie Curie, Strasbourg
collège Saint-Etienne, Strasbourg