

SOLUTION

1) Les triangles ABI , ACI , $A'BI$, $A'IA$ ont tous la même aire égale à $\frac{S}{2}$ (même base, même hauteur). D'autre part, $A'BIA$ est un parallélogramme ; ses diagonales se coupent en leur milieu et le partagent en 4 triangles de même aire égale à $\frac{S}{4}$.

2) Les triangles A_iBB_1 ($0 \leq i \leq n-1$) ont pour aire $\frac{S}{n}$ car le segment $[BC]$ a été découpé en n segments de même longueur. Les parallélogrammes $A_{i-1}A_iBB_1$ ($1 \leq i \leq n-1$) sont partagés en 4 triangles d'aire $\frac{S}{2n}$ par leurs diagonales qui se coupent en J_i .

Le trapèze $AA_{n-1}BB_1$ est la réunion des $(n-1)$ triangles $A_{i-1}A_iB_1$ ($1 \leq i \leq n-1$) et du triangle $A_{n-1}BB_1$, ces triangles ne se chevauchent pas et ont chacun pour aire $\frac{S}{n}$, l'aire du trapèze est donc égale à S .

Pour avoir l'aire de la partie grisée, on soustrait les aires des $(n-1)$ triangles $A_{i-1}A_iJ_i$ ($1 \leq i \leq n-1$), c'est-à-dire : $\frac{(n-1)S}{2n}$.

L'aire demandée est donc : $S - \frac{(n-1)S}{2n} = \frac{(n+1)S}{2n}$

VARIANTES pour le 2)

- Pour l'aire du trapèze $AA_{n-1}BB_1$, on peut la décomposer en $AA_{n-1}B_1 + BA_{n-1}B_1$ c'est-à-dire $AB_1C + ABB_1$.

Elle est égale à S .

- On peut calculer l'aire grisée autrement :

Elle est constituée de $(n-1)$ triangles $J_1A_0B_1, J_2A_1B_1, \dots, J_{n-1}A_{n-2}B_1$, chacun d'aire $\frac{S}{2n}$ et du triangle $A_{n-1}BB_1$ d'aire $\frac{S}{n}$

D'où son aire $\frac{(n-1)S}{2n} + \frac{S}{n} = \frac{(n+1)S}{2n}$.

COMMENTAIRE

Exercice de géométrie original demandant très peu de connaissances (aires des triangles de même hauteur et de bases égales ; partage de l'aire d'un parallélogramme par ses diagonales) et progressif.

Le plus difficile était la compréhension de la situation générale du 2) et des notations indiciaires ... Ce dernier point suppose un esprit délié joint à quelque accoutumance ...

Le jury académique considère le sujet comme « relativement facile avec un peu d'astuce de lecture de la figure ». Il précise qu'une partie importante des candidats a eu une démarche correcte sur le sujet, qui pouvait se traiter de plusieurs manières.

Académie de Limoges

23 concurrents (sur 47) ont résolu correctement la deuxième question (dont les deux premiers).

PASSATION DE L'ÉPREUVE

66 candidats (60 en 2001), 47 présents (46 en 2001), pour seulement 3 centres d'épreuves ouverts (4 en 2001), « ce qui explique les nombreux absents ».

DEUX PRIX

Tous deux pour des élèves de 1^{ère} S du lycée Gay-Lussac (Limoges), nés en 1985 :

Pierre-Henri REILHAC

Xavier DUCOUX.

Pas davantage de lauréats « compte tenu - dit le jury académique - de l'insuffisante qualité des copies rendues », alors qu'en 2001, « Limoges avait eu le vainqueur national ».