

SOLUTION

Notons p le nombre de poèmes du premier recueil et n le nombre de recueils publiés.

On a donc :

$$\begin{aligned} p + (p + 1) + \dots + (p + n + 1) &= 2002 & \Leftrightarrow & np + 1 + 2 + \dots + n - 1 = 2002 \\ & & \Leftrightarrow & np + \frac{n(n-1)}{2} = 2002 \\ & & \Leftrightarrow & n(2p + n - 1) = 4004 \quad [1] \end{aligned}$$

ce qui montre que n est diviseur de 4004.

Or $4004 = 2^2 \times 7 \times 11 \times 13$.

Cela fait beaucoup de diviseurs de 4004 ! (On démontre qu'il y en a $3 \times 2 \times 2 \times 2$ soit 24, ce que l'on peut expliquer, en Première, par exemple avec un « arbre »).

Peut-on réduire le nombre de diviseurs envisageables ?

Remarque 1 :

On peut remarquer que n et $2p + n - 1$ sont deux diviseurs de 4004 de parité différente puisque leur différence $(2p + n - 1) - n = 2p - 1$ est impaire. Donc si n est pair, $2p + n - 1$ est impair.

Mais si n est pair, on peut écrire $n = 2q$ et [1] devient :

$$2q(2p + n - 1) = 4004 \text{ soit } q(2p + n - 1) = 2002.$$

Comme 2002 est pair et $2p + n - 1$ impair, il est nécessaire que q soit lui-même pair. Et donc, si n est pair, il est aussi nécessairement un multiple de 4.

[N.D.L.R. : Un élève de TS irait évidemment plus vite, puisqu'il saurait que 4, divisant $n(2p + n - 1)$ et étant premier avec $(2p + n - 1)$ lorsque n est pair, doit diviser n].

Remarque 2 :

$p \geq 1$ donc $2p - 1 > 0$ et donc $2p + n - 1 > n$, c'est-à-dire : $\frac{4004}{n} > n$.

Mais, $\frac{4004}{n} > n \Leftrightarrow n^2 < 4004 \Leftrightarrow n < \sqrt{4004}$ car n est positif.

Comme $\sqrt{4004} \approx 63,28$, on peut en déduire que n est diviseur de 4004 inférieur ou égal à 63.

De là les diviseurs envisageables :

$$n \in \{1, 4, 7, 11, 13, 28, 44, 52\}.$$

En remplaçant dans [1], on vérifie facilement que toutes les valeurs précédentes fournissent bien une solution :

n	1	4	7	11	13	28	44	52
p	2002	499	283	177	148	58	24	13

Enfin, si, en 2002, on publie le $n^{\text{ème}}$ recueil de poèmes, le premier recueil a été publié en $2002 - n + 1$.

D'où le tableau de résultats suivants :

Année	2002	1999	1996	1992	1990	1975	1959	1951
p	2002	499	283	177	148	58	24	13

COMMENTAIRE

Faute de se mouvoir aisément dans cet exercice d'arithmétique, il était possible de trouver au moins les premières solutions en essayant les millésimes...

Si l'on prend à la lettre la question « Pouvez-vous dire ... comprenait-il ? », dès que l'on trouve au moins deux possibilités la réponse est « Non ! ». La remarque en italique : (il y a peut-être plusieurs solutions) invitait à interpréter la question avec moins de « mauvais esprit » !

Une certaine limitation du nombre de diviseurs de 2004 envisageables aurait pu être soufflée par l'espérance de vie humaine ! (...pas de diviseur supérieure à 100). Si l'on ne veut pas de mathématiques trop désincarnées cela ne peut être refusé !

NOMBRE DE CANDIDATS, ..., PRIX

Sur les 36 lycées de l'Académie, 13 ont envoyé des candidats « ce qui semble insuffisant au vu de l'intérêt porté cette année par les candidats ».

106 candidats étaient inscrits, 77 ont participé (de nombreux candidats inscrits se sont excusés de ne pouvoir participer à cause de manifestations sportives ou culturelles) : la participation est en légère progression par rapport à 2001.

Parmi les 77 copies, le jury en a retenu 22 de grande qualité, qui ont été classées.

Voici les 3 premiers :

1^{er} prix :	<i>Mikaël MAYER</i>	lycée Condorcet (Belfort)
2^{ème} prix :	<i>Jérémie BETTINELLI</i>	lycée Ledoux (Besançon)
3^{ème} prix :	<i>Gilles BULTHE</i>	lycée Victor Hugo, (Besançon)

« Merci à tous les participants d'être venus ! Ceux qui ne sont pas classés n'ont pas pour autant démerité ! »