

SOLUTION

Le polynôme Q s'annule pour $x = n$, n variant de 0 à 2000. Le polynôme Q est de degré 2001 et on connaît toutes ses racines, donc :

$Q(x) = kx(x-1)(x-2) \dots (x-2000)$ et k est le coefficient non nul de x^{2001} .

$Q(-1) = 1$ d'après la définition de Q , mais aussi

$$Q(-1) = k(-1)(-2)(-3)\dots(-2001) = -k(2001!).$$

d'où
$$k = \frac{-1}{2001!}.$$

$$Q(2001) = 2002 \times P(2001) - 2001$$

$$Q(2001) = \frac{-1}{2001!} \times 2001! = -1 \text{ et } P(2001) = \frac{2000}{2002} = \frac{1000}{1001}.$$

Remarque : $1000 + 1001 = 2001 \dots$ **Bonne année.**

$$P(2001) = P(1000).$$