

SOLUTION

On note A_i les sommets du polygone à 2000 côtés et B_j ceux du polygone à 2001 côtés.

Les 2000 sommets A_i partagent le cercle en 2000 arcs de même mesure $\frac{2\pi}{2000}$ rd. (polygone régulier).

Si un des sommets B_j est confondu avec un des sommets A_i , l'angle $\widehat{A_iOB_j} = 0$ radian est inférieur à $\frac{\pi}{(2000)(2001)}$ radians.

Sinon, 1999 arcs de cercle (A_i, A_{i+1}) contiennent chacun un sommet du polygone à 2001 côtés et le 2000^{ème} en contient 2. (*)

Il existe i et j tels que $A_i, B_j, B_{j+1}, A_{i+1}$ se succèdent dans cet ordre sur le cercle.

$$\begin{aligned}\widehat{A_iOB_j} + \widehat{B_{j+1}OA_{i+1}} &= \widehat{A_iOA_{i+1}} - \widehat{B_jOB_{j+1}} \\ &= \frac{2\pi}{2000} - \frac{2\pi}{2001} \text{ radians} \\ &= \frac{2\pi}{(2000)(2001)} \text{ radians.}\end{aligned}$$

L'un des deux angles $\widehat{A_iOB_j}$ ou $\widehat{B_{j+1}OA_{i+1}}$ est inférieur à $\frac{\pi}{(2000)(2001)}$ radians.

(sinon, ils seraient tous les deux supérieurs à $\frac{\pi}{(2000)(2001)}$ radians et la somme ne pourrait pas être égale à $\frac{2\pi}{(2000)(2001)}$ radians.)

(*)NDLR : Une jolie application du principe des tiroirs !